

COMPORTAMENTO E MODELAÇÃO DO AÇO

Miguel da Silva Abambres
Universidade de Lisboa

Saber y Hacer

Revista de la Facultad de Ingeniería de la USIL

Vol. 2, Nº 1. Primer semestre 2015. pp. 68-111

ISSN 2311-7915 (versión impresa)

ISSN 2311-7613 (versión electrónica)

Comportamento e Modelação do Aço

Miguel da Silva Abambres¹

Universidade de Lisboa

Recibido: 21.02.2015

Aprobado: 13.03.2015

¹ Doctor en Ingeniería Civil. Email: abambres@netcabo.pt

RESUMO

Este trabalho de revisão disponibiliza a toda a comunidade técnica e científica ligadas ao estudo do comportamento de estruturas de aço, leis constitutivas frequente e eficazmente utilizadas na modelação do comportamento elasto-plástico de aços carbono e inoxidáveis em simulações numéricas por elementos finitos. Sendo o aço inoxidável um material relativamente recente em aplicações estruturais, e tendo este um comportamento material altamente não-linear e bem distinto do aço macio (o inox não tem um ponto de cedência bem definido), o artigo foca-se principalmente nos aços inoxidáveis, incluindo uma descrição detalhada (i) dos principais tipos, aplicações, e vantagens na construção, e (ii) das principais expressões analíticas propostas na literatura para modelar o comportamento uniaxial de qualquer liga (austenítica, ferrítica ou duplex). Em particular, recomenda-se a utilização

da típica lei bi-linear para modelar o aço carbono (com ou sem endurecimento) e a relação não-linear (ε - σ) proposta por *Quach et al.* (2008) para simular o aço inoxidável, a qual (i) é válida para o comportamento à tracção/compressão até à extensão última, e (ii) depende apenas dos 3 parâmetros básicos de Ramberg-Osgood (E , $\sigma_{0,2}$, n). Sugere-se ainda que esse aço seja modelado com um comportamento linear em regime elástico, tomando-se a tensão limite de proporcionalidade a 0.01% ($\sigma_{0,01}$) como tensão de cedência inicial.

Key words: Aço carbono, Aço inoxidável, Comportamento material, Material elasto-plástico, Endurecimento, Leis constitutivas uniaxiais, Simulação numérica por elementos finitos.

RESUMEN

El presente trabajo de revisión pone a disposición de toda la comunidad técnica y científica vinculada al estudio del comportamiento de estructuras de acero las leyes constitutivas utilizadas con frecuencia, y de manera eficaz, en la modelación del comportamiento elástico-plástico de aceros al carbono e inoxidables en simulaciones numéricas por elementos finitos. Ya que el acero inoxidable es un material relativamente nuevo en aplicaciones estructurales, y con un comportamiento material altamente no lineal y muy distinto al acero dulce (el acero inoxidable no tiene un límite de fluencia bien definido), el artículo se enfoca principalmente en los aceros inoxidables, incluyendo una descripción detallada (i) de los principales tipos de aplicaciones, y ventajas en la construcción, y (ii) de las principales expresiones analíticas propuestas en la literatura para modelar el comportamiento uniaxial de toda aleación (austeníticos, ferríticos o

duplex). En particular, se recomienda el uso de la ley típica bilineal para modelar el acero al carbono (con o sin endurecimiento) y la relación no lineal (ε - σ) propuesta por *Quach et al.* (2008) para simular el acero inoxidable, la cual es (i) válida para el comportamiento a la tracción/compresión hasta la última extensión, y (ii) depende solo de dos parámetros básicos de Ramberg-Osgood (E , $\sigma_{0.2}$, n). Asimismo, se sugiere que ese acero se modele con un comportamiento lineal en el régimen elástico, teniendo en cuenta el límite de tensión proporcional a 0.01% ($\sigma_{0.01}$) como tensión de fluencia inicial.

Palabras claves: Acero al carbono, acero inoxidable, comportamiento material, material elástico-plástico, leyes constitutivas uniaxiales, simulación numérica por elementos finitos.

INTRODUÇÃO

A elevada utilização do aço como material estrutural iniciou-se a partir da segunda metade do séc. XIX (*World Steel Association 2013*), e apesar do seu elevado custo em vários países, a competitividade deste material tem vindo a aumentar bastante, sobretudo devido à (i) sua notável versatilidade – vários tipos de aço e de processos de fabrico, e (ii) sucessivos avanços científicos no conhecimento do comportamento e capacidade resistente das estruturas metálicas. Para além disso, outra das suas características fundamentais reside no facto de ser 100% reciclável sem perda de qualidade – o aço é o material mais reciclado em todo o Mundo e a sua natureza sustentável levará a que a sua procura aumente significativamente até 2050 (*World Steel Association 2013*).

A crescente procura de elementos em aço inoxidável para soluções arquitectónicas e estruturais teve início no final do século XX (*ISSF 2012*), desde o momento em que começaram a ser publicados regulamentos estruturais para o seu dimensionamento. Tudo isto ocorreu contra o facto da sua disseminação como material estrutural ter sido severamente afectada por custos de produção elevados (e.g., consideravelmente superiores aos do aço carbono/macio). Contudo, desenvolvimentos recentes na engenharia dos materiais e tecnologia de fabrico (*Watanabe 1996*) têm alterado este panorama a um ritmo elevado, nomeadamente

(i) fazendo do aço inoxidável um dos materiais recicláveis de maior lucro (*The Nickel Institute 2012*) e (ii) conduzindo a um interesse renovado nos sistemas estruturais em aço inoxidável por parte de arquitectos, donos de obra, projectistas e investigadores.

Existem diferenças fundamentais entre as características químicas, mecânicas e térmicas dos aços carbono e dos inoxidáveis. Enquanto que os últimos são conhecidos pela sua atraente aparência e elevada resistência à corrosão, aços carbono entram rapidamente em processo de corrosão na maioria dos ambientes exteriores – consequentemente, a sua utilização na construção exige eventual protecção (e.g., pintura) e a realização de inspecções e manutenção com uma periodicidade claramente superior à requerida para o aço inoxidável. Como tal, e apesar dos elevados custos de produção, as estruturas em aço inoxidável têm um ciclo de vida longo e uma óptima relação custo-benefício. Relativamente ao comportamento mecânico de ambos os materiais, há diferenças claras que importa mencionar, nomeadamente o facto de os aços inoxidáveis (ver Fig. 1) (i) não apresentarem um patamar de cedência bem definido e exibirem uma relação uniaxial tensão-deformação significativamente não linear (o grau de não linearidade varia com a classe do aço e com a história de deformação²), e (ii) serem

² *Strain history*, em língua inglesa. É a deformação (incluindo descargas) a que o material esteve previamente sujeito (e.g., processo de enformagem a frio), podendo ou não resultar em deformações residuais.

caracterizados por um maior endurecimento após a cedência (até níveis elevados de ductilidade), tornando-os mais adequados para elevados desempenhos anti-sísmicos (Houska e Wilson 2008). No que respeita ao comportamento

sob elevadas temperaturas (e.g., situação de incêndio), o aço inoxidável tem a vantagem de não apresentar perdas de rigidez tão elevadas como o aço carbono (Houska e Wilson 2008).

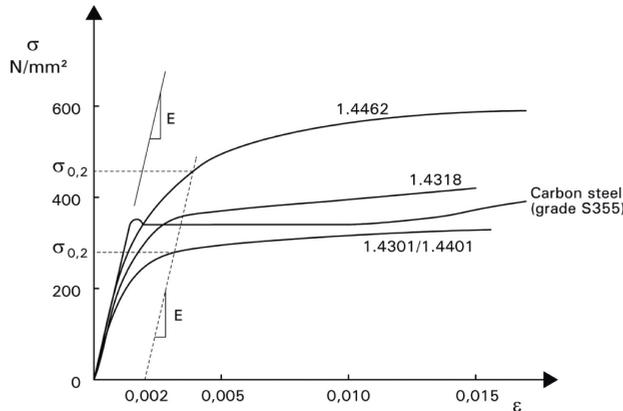


Figura 1. Curvas típicas tensão-deformação dos aços carbono e inoxidável no estado recozido (Euro Inox e SCI 2007)³.

Tendo em vista simular o comportamento de elementos e estruturas de aço, apresentam-se neste artigo alguns modelos para simular o comportamento uniaxial do aço carbono e do aço inoxidável. Todos assumem um comportamento elástico linear, recomendando-se (i) modelos bi-lineares (ver Fig. 2) para o aço carbono, caracterizados por endurecimento nulo (perfeitamente-plástico, $E_t = 0$) ou linear ($E_t > 0$), tal como recomendado na parte 1.5 do Eurocódigo 3 (CEN 2006b) para análises de elementos finitos (EF), e (ii) um modelo não linear para o aço inoxidável. Uma vez que existem várias relações não lineares propostas na literatura para simular o comportamento uniaxial do aço inoxidável, e também pelo facto deste constituir um material estrutural promissor e relativamente pouco disseminado quando comparado com o

aço carbono, as restantes secções deste artigo dedicam-se exclusivamente à modelação do aço inoxidável. Em particular, abordam-se vários aspectos como (i) a composição química, (ii) as principais classes utilizadas na construção, (iii) as aplicações estruturais, (iv) a normalização para dimensionamento e (v) o comportamento mecânico.

³ Annealed, na designação Anglo-Saxónica.

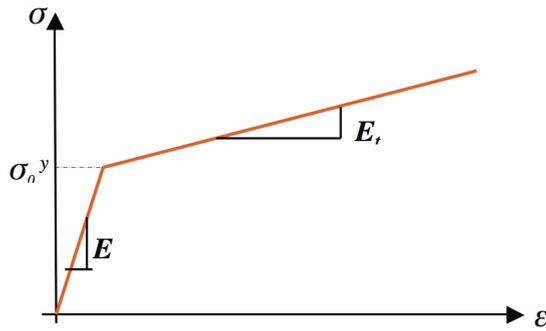


Figura 2. Lei constitutiva uniaxial bi-linear.

O aço inoxidável.

Aço inoxidável⁴ é o termo genericamente atribuído para designar uma grande família de ligas de ferro resistentes à corrosão, contendo um teor mínimo (% de massa) de Crómio de 10.5% e um teor máximo de Carbono de 1.2% (CEN 2005b), limites que asseguram a formação da camada passiva auto-renovável que garante uma elevada resistência à corrosão. Outros elementos ligantes podem ser adicionados à constituição de cada aço com o fim de melhorar e obter as características desejadas como, por exemplo, a resistência a certos tipos de corrosão, a resistência mecânica, a resistência ao fogo, a soldabilidade, a formabilidade e a ductilidade. Para além do Crómio (principal responsável), elementos como o Molibdénio, o Nióbio e o Nitrogénio melhoram a resistência à corrosão (Cunat 2004). O Níquel é outro elemento frequentemente presente na composição do aço inox, sendo a sua principal função assegurar a microestrutura e propriedades mecânicas desejadas – mesmo sob temperaturas criogénicas, é conseguida excelente ductilidade para níveis elevados de

resistência. Apesar de não ter influência directa na formação da camada de protecção passiva, o Níquel promove a resistência à corrosão onde essa camada possa estar ausente ou destruída, p.e. reduzindo a taxa de corrosão (Cunat 2004).

Aleadas às características supracitadas, a óptima aparência estética e notáveis propriedades físicas dos aços inoxidáveis têm conduzido a um rápido crescimento⁵ da sua utilização em aplicações arquitectónicas (Fig. 3), estruturais, nucleares e químicas. Para além disso, a taxa de crescimento anual da utilização de aço inoxidável ao longo das últimas duas décadas chega a ultrapassar a taxa de crescimento de outros materiais. Realce-se ainda que a taxa de crescimento associada à utilização na indústria da construção é ainda mais díspar, o que se deve ao rápido desenvolvimento da China, onde a cota de utilização de aço inoxidável nesse sector é superior a 20% (Baddoo 2008).

⁴ Por simplicidade e ser frequentemente utilizado na língua Portuguesa, o termo “aço inox” será utilizado daqui em diante.

⁵ Enquanto que em 1914, a produção Mundial rondava as 100 toneladas, em 1934 apenas a produção Americana era estimada em 42 mil toneladas, e em 2011 mais de 32 milhões de toneladas foram produzidas em todo o Mundo (The Nickel Institute 2012).



(a)



(b)

Figura 3. Aplicações arquitectónicas do aço inox: (a) ponte pedonal BP em Chicago e (b) sede da VIVO no Rio de Janeiro⁶.

Classes.

Existem diversas famílias (ou classes) de aços inox, geralmente distinguidas pelos seus principais elementos de liga, dando origem a aços (i) austeníticos, (ii) ferríticos, (iii) austenítico-ferríticos (ou duplex), (iv) martensíticos ou (v) endurecidos por precipitação (Pauly e Helzel 2011). As três primeiras classes são as mais utilizadas na construção, sendo as ligas mais familiares abordadas de seguida. As Tabs. 1.1-1.3 apresentam (CEN 2009) as suas designações Europeia e Americana, composição química, tensão limite de proporcionalidade a 0.2% (valor mínimo $\sigma_{0.2,min}$) e tensão última (σ_U)⁷. Informação adicional acerca das propriedades e aplicações destes e outros aços inoxidáveis pode ser consultada em CEN (2005b, 2009) e Outokumpu (2013).

⁶ Imagem disponível em www.constructalia.com

⁷ Ambas as tensões referem-se à direcção de laminagem e foram obtidas para aços em estado recozido. Define-se como tensão limite de proporcionalidade a 0.2%, aquela que corresponde a uma extensão plástica de 0.2%.

Austeníticos.

Esta classe inclui aços ligados com Crómio (Cr) - Níquel (Ni) e a sua estrutura cristalina cúbica de faces centradas é designada em metalurgia por “austenítica”. É claramente o tipo de aço inox que tem sido adoptado com maior frequência na Construção Civil. Relativamente às ligas apresentadas na Tab. 1.1, tem-se como principais características e aplicações:

EN 1.4301 (conhecido por “18/10” em utensílios domésticos) – adequado para ambientes medianamente corrosivos (no máximo), é tipicamente utilizado em interiores ou em exteriores de zonas industriais afastadas da costa.

Tab. 1

Composição química e propriedades mecânicas de alguns aços austeníticos.

Designações ⁸			Composição Química (% de massa no vazamento)				$\sigma_{0.2}$, min	σ_u
Nº EN	Nome EN	ASTM ⁹	C (máx)	Cr	Mo	Ni	(N/mm ²)	
1.4301	X5CrNi18-10	304	0.07	17.5- 19.5	-	8.0- 10.5	215	540- 750
1.4306	X2CrNi19-11	304L	0.030	18.0- 20.0	-	10.0- 12.0	205	520- 700
1.4401	X5CrNiMo17-12-2	316	0.07	16.5- 18.5	2.00- 2.50	10.0- 13.0	225	530- 680
1.4404	X2CrNiMo17-12-2	316L	0.030	16.5- 18.5	2.00- 2.50	10.0- 13.0	225	530- 680

EN 1.4306 – variante do EN 1.4301 com baixo teor de Carbono (C), mas teor de Níquel superior por forma a aumentar a formabilidade – utilizado quando são exigidas operações complexas de enformagem.

EN 1.4401 – contém Molibdênio (Mo), tornando este aço adequado para ambientes mediana a altamente corrosivos (e.g., equipamento de processamento químico, atmosferas costeiras, proximidade de estradas onde saís de degelo possam ser usados). Deve ser utilizado em elementos estruturais que requeiram um longo período de vida útil mas cuja acessibilidade para inspecção e limpeza é inexistente.

EN 1.4404 – variante de EN 1.4401 com baixo teor de Carbono, o que garante excelente soldabilidade (mesmo em chapas mais espessas).

Ferríticos.

Estas ligas exibem uma microestrutura de corpo centrado (ferrítica) e contêm essencialmente Crómio. O seu teor de Níquel é muito baixo ou inexistente, facto que torna o seu custo inferior e sujeito a menores flutuações do que o dos aços austeníticos e duplex (*Baddoo 2008*). Elementos de ligação adicionais são por vezes utilizados para melhorar certas características, nomeadamente (i) Titânio e Nióbio, relativamente à soldabilidade, ou (ii) Molibdênio para a resistência à corrosão localizada. Como principais características e aplicações das ligas apresentadas na Tab. 1.2, tem-se (*Outokumpu 2013*):

⁸ Num contexto Europeu, é fortemente recomendado que sejam utilizadas as designações EN, pois para alguns aços, um única designação ASTM (Americana) equivale a várias ligas EN.

⁹ ASTM significa American Society for Testing and Materials – as designações apresentadas nas Tabs. 3.1-3.3 foram retiradas de Euro Inox (2007b).

EN 1.4003 – adequado para ambientes com baixa influência corrosiva, mas com a vantagem de apresentar uma baixa temperatura de transição dúctil-frágil (-40°C), o que é favorável à sua

aplicação estrutural (e.g., vagões, autocarros, camiões, silos).

Tab. 2

Composição química e propriedades mecânicas de alguns aços ferríticos.

Designações			Composição Química (% de massa no vazamento)				$\sigma_{0.2}$, min	σ_u
Nº EN	Nome EN	ASTM UNS ¹⁰	C (máx)	Cr	Mo	Ni	(N/mm ²)	
1.4301 3	X2CrNi12	- / S40977	0.030	10.5- 12.5	-	0.30- 1.00	280	450- 650
1.4521 1	X2CrMoTi18- 2	444	0.025	17.0- 20.0	1.80- 2.50	-	300	420- 640

EN 1.4521 – ao contrário da liga EN 1.4003, esta liga apresenta uma temperatura de transição dúctil-frágil elevada (perto dos 0°C), não sendo por isso recomendada para aplicações estruturais. Devido aos elevados teores de Crómio e Molibdênio, este aço tem uma alta resistência à corrosão, tornando-o numa potencial alternativa para aplicações resistentes a ácidos. Para além da presença no mercado Europeu da canalização doméstica, aquecedores de água e recuperadores de calor são outras aplicações típicas.

Austenítico-ferríticos (duplex).

Ligas deste tipo denominam-se habitualmente “duplex” e têm aproximadamente iguais proporções das estruturas ferrítica e austenítica

¹⁰ UNS significa Unified Numbering System (E.U.A.) e as designações apresentadas nas Tabs. 3.2 e 3.3 foram obtidas em Outokumpu (2013).

– combinam, por isso, níveis elevados de resistência à corrosão e mecânica. Embora estes aços tenham boa ductilidade, a maior resistência que possuem resulta em formabilidade limitada, quando comparada com a dos aços austeníticos (Baddoo 2008). Apresentam-se agora as principais características e aplicações das ligas referidas na Tab. 1.3:

EN 1.4462 – é a liga mais comum (ligada com Molibdênio) e a sua resistência à corrosão permite a sua utilização em estruturas *offshore* e pontes.

EN 1.4362 – apesar de não ser ligada com Molibdênio, a sua resistência à corrosão é considerada muito boa (semelhante à do aço austenítico EN 1.4401).

Tab. 3

Composição química e propriedades mecânicas de alguns aços duplex.

Designações			Composição Química (% de massa no vazamento)				$\sigma_{0.2, \min}$	σ_u
Nº EN	Nome EN	ASTM UNS	C (máx)	Cr	Mo	Ni	(N/mm ²)	
1.4462	X2CrNiMoN22 -5-3	2205/S32205	0.030	21.0- 23.0	2.50- 3.50	4.5-6.5	485	700- 950
1.4362	X2CrNiN23-4	2304/S32304	0.030	22.0- 24.0	0.10- 0.60	3.5-5.5	435	650- 850
1.4162	X2CrMnNiN21- 5-1	- / S32101	0.040	21.0- 22.0	0.10- 0.680	1.35- 1.70	515	700- 900

EN 1.4162 – é conhecido como “lean duplex” (*patenteado pela Outokumpu [2013]*), uma vez que tem teores muito baixos de elementos de ligação que não o Crómio, com especial destaque para o Níquel, por comparação com os restantes duplex e austeníticos. Este facto constitui uma importante vantagem devido ao preço elevado (uma parte considerável do custo dos aços austeníticos) e bastante volátil do Níquel (*Theofanous e Gardner 2009*). Na verdade, (i) o custo do “lean duplex” é geralmente inferior ao dos austeníticos mais familiares, e (ii) a sua resistência mecânica é superior à dos ferríticos e austeníticos mais comuns (ver Tabs. 1.1-1.3), ainda garantindo soldabilidade adequada e boa resistência a vários tipos de corrosão (*Theofanous e Gardner 2009*). Pelas razões supracitadas, esta liga tem sido bastante utilizada na indústria da Construção Civil (especialmente utilizada em

elementos estruturais) e o interesse nela por parte das comunidades técnica e científica tem crescido nos últimos anos.

Aplicações estruturais.

Até aos anos 80, as aplicações de aço inoxidável na construção consistiam essencialmente em elementos secundários de edifícios, como lintéis, elementos de fixação de paredes de alvenaria, ou cantoneiras em sistemas de revestimento (*Baddoo 2008*). A procura crescente de elementos em aço inox para soluções arquitectónicas e estruturais começou no final do século XX, desde o momento em que os primeiros regulamentos de dimensionamento começaram a ser publicados (ver subsecção *Normalização para dimensionamento*). Desde o começo do século XXI, o número de aplicações estruturais

em aço inox tem aumentado significativamente – a estética, resistência à corrosão, durabilidade de longa duração e o comportamento estrutural (ou uma combinação destes factores), são requisitos que têm conduzido à preferência por este material (Gedge 2008). A gama de aplicações é vasta e inclui monumentos, pontes, edifícios, casas, coberturas, etc. – a Tab. 1.4 apresenta alguns

exemplos (Sommerstein 1999, Miettinen 2002, Euro Inox 2002, Baddoo 2008, Gedge 2008, Houska e Wilson 2008), os primeiros dizem respeito a aços austeníticos e os restantes a aços duplex (maioritariamente aplicados em pontes e passadiços).

Tab. 4
Exemplos de aplicações estruturais do aço inoxidável.

Nome	Tipo	Local	Data	Aço
Arco Gateway(Fig. 4)	Monumento	St. Louis, Missouri, E.U.A.	1965	ASTM 304
Pirâmide do Louvre	Treliça	Paris, França	1989	ASTM 316
Arquivo Nacional(Fig. 5)	Edifício	Gatineau, Quebec, Canadá	1997	ASTM 304
Editora Sanomatalo	Fachada de Edifício	Helsínquia, Finlândia	1999	EN 1.4401
Villa Inox(Fig. 6)	Casa em Aço Leve	Tuusula, Finlândia	2000	EN 1.4301
Schubert Club Band Shell (Fig. 7)	Casca Treliçada	St. Paul, Minnesota, E.U.A.	2002	ASTM 316
Igreja Saint Pio de Pietrelcina	Estrutura de Apoio da Cobertura	Foggia, Itália	2004	EN 1.4404
Memorial US Air Force	Memorial	Washington DC, E.U.A	2006	ASTM 316L
Ponte Aparte	Ponte Pedonal	Estocolmo, Suécia	-	EN 1.4462
Ponte Padre Arrupe (Fig. 8)	Ponte Pedonal	Bilbau, Espanha	2000	EN 1.4362
Ponte Millennium	Ponte Pedonal	Iorque, Reino Unido	2001	EN 1.4462
Ponte Likholefossen (Fig. 9(a))	Ponte Pedonal	Forde, Noruega	2004	EN 1.4162
Ponte Siena	Ponte	Siena, Itália	2004	EN 1.4162
Ponte Cala Galdana	Ponte	Menorca, Espanha	2005	EN 1.4462
World Trade Center 7	Vigas de Alma Cheia	Nova Iorque, E.U.A.	2006	ASTM 2205
Ponte Celtic Gateway	Ponte Pedonal	Holyhead, Reino Unido	2007	EN 1.4362
Ponte Stonecutters	Ponte (mastros)	Hong Kong	2009	EN 1.4462
Ponte Helix (Fig. 9(b))	Ponte Pedonal	Singapura	2009	EN 1.4462



Figura 4. Arco Gateway em Saint Louis, Missouri (E.U.A.) – aço austenítico ASTM 304.



Figura 5. Arquivo Nacional do Canadá em Gatineau (Quebec) – estrutura em aço austenítico ASTM 304 ¹¹.

¹¹ Imagens disponíveis em www.ikoy.com

Existem aplicações mais antigas, mas a primeira grande estrutura em aço inox é o arco Gateway em Saint Louis (E.U.A.) – ver Fig. 4, concluído em 1965 e constituído por uma secção triangular variável formada por chapas de aço ASTM 304 soldadas (Houska e Wilson 2008). Permaneceu a estrutura em inox mais pesada do Mundo até

à construção em 1997 do Arquivo Nacional do Canadá em Gatineau – ver Fig. 5. Este edifício foi projectado com base num período de vida útil de aproximadamente 500 anos e consiste num sistema porticado com elementos em aço ASTM 304 (Sommerstein 1999).



Figura 6. Casa Villa Inox em aço leve (Tuusula, Finlândia) – estrutura em aço austenítico EN 1.4301¹².



Figura 7. Schubert Club Band Shell em Saint Paul, Minnesota (E.U.A.) – treliça em aço austenítico ASTM 316¹³.

¹² Imagens disponíveis em www.livingsteel.org (esquerda) e www.constructalia.com (direita).

¹³ Imagens disponíveis em www.worldarchitecturemap.org



Figura 8. Ponte pedonal Pedro Arrupe em Bilbao – estrutura em aço duplex EN 1.4362¹⁴.

A elevada resistência, ductilidade e capacidade de absorção de energia, fazem do aço inoxidável um material ideal para resistir a acções de impacto e explosões – por exemplo, paredes

resistentes a explosões em plataformas *offshore* são, hoje em dia, frequentemente constituídas por chapas corrugadas em aço austenítico EN 1.4401 ou duplex EN 1.4362 (Baddoo 2008).



(a)



(b)

Figura 9. Pontes pedonais em aço dulex: (a) Likholefossen (Noruega) – ¹⁵ EN 1.4162, (b) Helix (Singapura) – EN 1.4462.

Normalização para dimensionamento

A construção do arco *Gateway em St. Louis, Missouri* (Fig. 4) despoletou muita actividade de

investigação no início dos anos 60 nos E.U.A., tendo conduzido em 1968 (Baddoo 2008) à publicação do primeiro regulamento Americano

¹⁴ Imagem disponível em www.ura.gov.sg

¹⁵ Imagem disponível em www.tripadvisor.com

para o dimensionamento de elementos em aço inox (*AISI 1968*), mais tarde substituído por *ASCE (2002)*. Com base no regulamento Americano, foram também publicadas as normas Sul Africana (*SANS e SABS 1997*) e Australiana/Neozelandesa (*AS e NZS 2001*).

Em 1994, com o objectivo de dar orientação a nível Europeu para a aplicação adequada e segura do aço inox na construção, a Euro Inox publicou um manual de dimensionamento que resultou de um projecto de investigação desenvolvido pelo *The Steel Construction Institute (SCI)*. Após a 1ª edição do manual, resultados de outros projectos de investigação foram incluídos nas 2ª e 3ª edições, a última publicada em 2007 (*Euro Inox e SCI 2007*) – um comentário a esse manual tem também sido publicado como um documento separado (*Euro Inox 2007a*), o qual visa fundamentar as regras desenvolvidas e inclui alguns resultados de programas experimentais.

Em 2006, a Parte 1.4 do Eurocódigo 3 (EN 1993-1-4) (*CEN 2006a*) foi lançada como norma Europeia suplementar para o dimensionamento de estruturas em aço inox. Ao observar a complexidade da estruturas que constam na Tab. 4, torna-se evidente que é possível dimensionar estruturas complexas em aço inoxidável. Contudo, o crescimento da utilização deste material em estruturas correntes como casas e edifícios de escritórios/residenciais, requer a promoção de ferramentas de cálculo que conduzam a um dimensionamento eficiente, seguro e económico. Por exemplo, é reconhecido que algumas das cláusulas da EN

1993-1-4 correspondem a meras adaptações de regras desenvolvidas para estruturas em aço carbono (*CEN 2005a*). Sendo o comportamento do aço inox significativamente não linear (ver Fig. 1), a consideração de uma lei constitutiva elástica perfeitamente-plástica pode seriamente comprometer o dimensionamento e tornar a estrutura pouco económica, especialmente no que respeita a elementos estruturais pouco esbeltos (*Theofanous e Gardner 2011*) – com o objectivo de promover um dimensionamento mais eficiente e económico, *Theofanous e Gardner (2011)* propuseram recentemente o Método da Resistência Contínua¹⁶.

Assimetria e anisotropia.

Existem vários trabalhos experimentais (e.g., *Johansson e Olsson 2000, Rasmussen et. al. 2003, Lecce e Rasmussen 2006a, Becque e Rasmussen 2009*) que comprovam que o aço inox possui, quando sujeito a um carregamento estático, diferentes comportamentos à tracção e à compressão (assimetria), bem como na direcção paralela (longitudinal) e transversal à direcção de laminagem (anisotropia) – ver Fig. 10. A preponderância destes comportamentos depende da classe do aço, do processo produtivo (e.g., laminagem/enformagem a frio amplificam esses fenómenos) e da história de deformação. Seguidamente apresentam-se alguns resultados e conclusões de vários estudos sobre o problema da assimetria e anisotropia dos aços inoxidáveis.

¹⁶ Continuous Strength Method, na designação inglesa.

Assimetria.

No início do século e com base nos resultados experimentais dos últimos 15 anos, *van den Berg (2000)* publicou valores médios das propriedades à tracção e compressão (direcção de laminagem) de aços ferríticos e austeníticos, tendo-se concluído que (i) os módulos de elasticidade à tracção e compressão sofrem pequenas alterações (maioritariamente superiores à compressão), e (ii) o limite de proporcionalidade é geralmente inferior à compressão do que à tracção.

Gardner e Nethercot (2004a) efectuaram vários ensaios à compressão e à tracção de provetes de aço austenítico *EN 1.4301* retirados das faces de elementos estruturais tubulares (direcção longitudinal). Foram analisados os resultados de 16 pares de provetes, cada um associado a um elemento estrutural diferente, tendo-se concluído que (em média) o módulo de elasticidade e tensão limite de proporcionalidade a 0.2% são, respectivamente, 1% superior e 5% inferior à compressão do que à tracção.

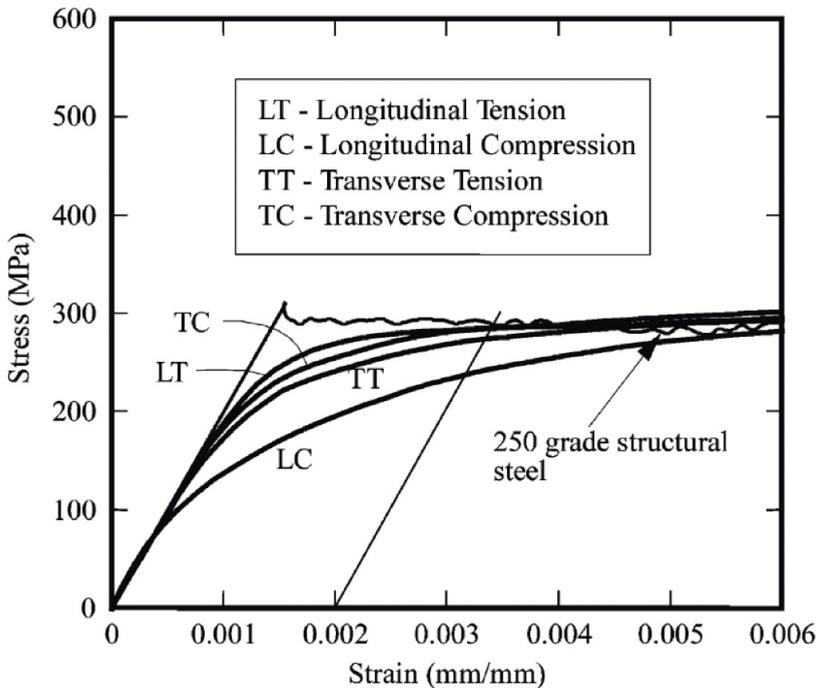


Figura 10. Curvas típicas tensão-deformação para aços carbono e austeníticos (*Rasmussen et. al. 2003*)¹⁷.

¹⁷ As curvas LT, LC, TT e TC podem ter outra ordenação, em função do aço austenítico em causa e respectiva história de deformação.

Lecce e Rasmussen (2006a) também concluíram que as propriedades mecânicas do aço inoxidável são dependentes do tipo de carregamento. Por exemplo, em perfis de aço ASTM 304 com secção em C-reforçado e para a direcção longitudinal, concluíram que (i) a tensão limite de proporcionalidade a 0.01% é 18.9% superior à compressão do que à tracção, e (ii) a tensão limite de proporcionalidade a 0.2% é 4.1% superior à tracção do que à compressão.

Anisotropia.

Johansson e Olsson (2000) realizaram testes biaxiais a 3 aços inoxidáveis, nomeadamente (i) EN 1.4301 e EN 1.4436 (austeníticos), e (ii) EN 1.4462 (duplex), tendo concluído que o aço duplex exhibe clara anisotropia, ao contrário dos aços austeníticos, cujo comportamento é maioritariamente isotrópico e bem aproximado através do critério de cedência de *von Mises*.

Rasmussen et al. (2003) investigaram experimental e numericamente a resistência à compressão de placas em aço duplex ASTM 2205. As análises numéricas permitiram estudar a influência de diferentes modelos mecânicos (leis constitutivas) no comportamento estrutural, nomeadamente (i) IPP – isotrópico perfeitamente-plástico, (ii) ISH – isotrópico com endurecimento, e (iii) APP – anisotrópico perfeitamente-plástico. Os modelos isotrópicos foram baseados na teoria de escoamento J_2 e no comportamento à compressão na direcção de laminagem, enquanto que o modelo anisotrópico resulta do critério de cedência de *Hill* e inclui os

comportamentos à tracção/compressão nas direcções paralela, transversal e diagonal à direcção de laminagem. Da comparação entre os resultados experimentais e numéricos foi concluído que (i) o modelo ISH é o que origina os melhores resultados e (ii) a modelação da anisotropia pode não ser essencial na obtenção de resultados precisos em análises que envolvam carregamentos monotónicos.

Lecce e Rasmussen (2005, 2006a,b) efectuaram um estudo numérico e experimental relativo ao comportamento distorcional de colunas constituídas por aços austenítico e ferríticos, tendo avaliado a importância da não linearidade material e anisotropia na modelação numérica. Três modelos constitutivos foram analisados, nomeadamente (i) dois isotrópicos com e sem endurecimento, respectivamente ISH e IPP, e (ii) um anisotrópico (critério de *Hill*) até à cedência e isotrópico (com endurecimento) após a mesma. Após calibração dos modelos numéricos, concluiu-se que o efeito da anisotropia na resistência última de colunas sujeitas a carregamento estático era desprezável – mais uma vez, o modelo ISH foi aquele que originou melhores resultados. No entanto, e porque a anisotropia é afectada pela história de deformação e endurecimento do material, a sua modelação pode ser importante em elementos sujeitos a carregamento cíclico.

Relação uniaxial tensão-deformação.

O primeiro trabalho dedicado ao estudo de leis constitutivas marcadamente não lineares deve-se a *Ludwik (1909)*, o qual propôs uma

expressão para o cálculo da tensão em casos de deformação elástica desprezável (K e n são constantes)

$$\sigma = K\varepsilon^n \quad (1.1)$$

Em 1943, Ramberg e Osgood (1943) estudaram a relação $\varepsilon - \sigma$ para materiais com uma transição gradual entre o comportamento linear e não linear (e.g., ligas de aço inoxidável ou alumínio), tendo desenvolvido a equação *Ramberg-Osgood*

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + K \left[\frac{\sigma}{E} \right]^n, \quad (1.2)$$

onde (i) E é o módulo de elasticidade do material, (ii) K e n são constantes que caracterizam o endurecimento do material (a determinar experimentalmente), e (iii) ε é a extensão total, dada pela soma das parcelas elástica (σ/E) e plástica (semelhante a [1.1]). Posteriormente, Hill (1944) propôs uma reformulação de (1.2) que seria mais tarde usada para modelar o comportamento do alumínio, a qual consiste em considerar $K = \varepsilon_{0.2p} / (\sigma_{0.2}/E)^n$, onde $\varepsilon_{0.2p} = 0.2\%$ é a extensão plástica correspondente a $\sigma_{0.2}$, obtendo-se

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + 0.002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0.2}} \right)^n$$

onde $\sigma_{0.2}$ é a tensão limite de proporcionalidade a 0.2%, e n designa-se por expoente de endurecimento, definido por

$$n = \frac{\ln(0.2/0.1)}{\ln(\sigma_{0.2}/\sigma_{0.1})}, \quad (1.4)$$

em que 'ln' simboliza o logaritmo neperiano. Esta definição de n faz com que a curva teórica coincida com a experimental para as tensões limite de proporcionalidade $\sigma_{0.1}$ e $\sigma_{0.2}$ (correspondentes a deformações plásticas de 0.1% e 0.2%, respectivamente). Da análise da função (1.3), conclui-se que valores altos de n dão origem a relações σ - ε com "rápidas" mudanças de declive numa vizinhança de $\sigma_{0.2}$, enquanto que valores mais baixos dão origem a curvas mais "arredondadas" em todo o domínio.

Mirambella e Real (2000) propuseram o cálculo do expoente n tal que a curva teórica intersectasse a experimental no ponto de tensão $\sigma_{0.05}$ (em vez de $\sigma_{0.1}$), tendo concluído que essa expressão conduzia a melhores resultados que a proposta na norma Americana ANSI/ASCE-8-90 (*ASCE 1991*), baseada na tensão $\sigma_{0.01}$. Para além disso, esses autores mostraram (*Mirambella e Real 2000*) que a equação (1.3) sobrestima a relação σ - ε do aço austenítico EN 1.4301 para tensões superiores a $\sigma_{0.2}$, tendo proposto uma expressão que lhes permitisse obter bons resultados numéricos no cálculo de flechas em vigas, tal que

$$\varepsilon = \varepsilon_{0.2} + \frac{\sigma - \sigma_{0.2}}{E_{0.2}} + \varepsilon_{up} \left(\frac{\sigma - \sigma_{0.2}}{\sigma_u - \sigma_{0.2}} \right)^{n'} \quad \sigma_{0.2} \leq \sigma \leq \sigma_u, \quad (1.5)$$

onde (i) n' é uma constante que caracteriza o endurecimento do material, obtida por ajuste da curva analítica aos pontos experimentais de tensão última (σ_u) e a outro ponto intermédio ($\sigma_{0.2} < \sigma < \sigma_u$), (ii) ε_{up} é a extensão plástica correspondente à tensão última, (iii) $\varepsilon_{0.2}$ representa a extensão total correspondente a $\sigma_{0.2}$, e (iv) $E_{0.2}$ é o declive da curva σ - ε em $\sigma = \sigma_{0.2}$. Ao analisar as funções (1.3) e (1.5), conclui-se que ambas têm o mesmo

valor e declive no ponto de transição ($\sigma = \sigma_{0.2}$), apesar da diferente curvatura.

MacDonald et al. (2000) fizeram uma série de ensaios a aços austeníticos, e dada a inadequabilidade da relação (1.3) para tensões superiores a $\sigma_{0.2}$, propuseram a seguinte curva para todo o domínio

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + 0.002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_1} \right)^{i+j \left(\frac{\sigma}{\sigma_1} \right)^k}, \quad (1.6)$$

onde as constantes i , j e k dependem da espessura dos provetes. Apesar de terem sido obtidos resultados muito bons, a expressão estava limitada ao aço e espessuras analisados.

Com vista a desenvolver uma relação tensão-deformação precisa até à extensão última e válida para uma vasta gama de aços inoxidáveis, Rasmussen (2003) baseou-se num vasto conjunto de resultados experimentais

(essencialmente à tracção) obtidos por vários autores para aços austeníticos, ferríticos e duplex, e relativos a provetes retirados (i) das zonas planas de perfis enformados a frio e (ii) de chapas em estado recozido. Rasmussen constatou que a curva experimental exhibe formas semelhantes nos domínios $\sigma \leq \sigma_{0.2}$ e $\sigma > \sigma_{0.2}$, tendo proposto a relação seguinte (n deixa de ser definido por [1.4])

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{\sigma}{E} + 0.002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0.2}} \right)^n & 0 \leq \sigma \leq \sigma_{0.2} \\ \varepsilon_{0.2} + \frac{\sigma - \sigma_{0.2}}{E_{0.2}} + \varepsilon_{up}^* \left(\frac{\sigma - \sigma_{0.2}}{\sigma_u - \sigma_{0.2}} \right)^m & \sigma_{0.2} \leq \sigma \leq \sigma_u \end{cases}, \quad (1.7)$$

$$n = \frac{\ln(20)}{\ln(\sigma_{0.2}/\sigma_{0.01})} \quad E_{0.2} = \frac{E}{\left(1 + 0.002 \frac{n}{(\sigma_{0.2}/E)} \right)}, \quad (1.8)$$

$$\varepsilon_{0.2} = \frac{\sigma_{0.2}}{E} + 0.002 \quad \varepsilon_{up}^* = \varepsilon_u - \varepsilon_{0.2} - \frac{\sigma_u}{E}$$

onde (i) ϵ_u é a extensão última, (ii) os parâmetros n e m caracterizam a não linearidade da curva, e (iii) ϵ^*_{up} representa a parcela plástica da extensão última relativamente a um referencial fictício com origem no ponto de transição entre os dois troços de (1.7) – ver Fig. 11(b). Note-se que a relação (1.7), à semelhança de (1.5), não é exacta no

ponto (ϵ_u, σ_u) , apesar dos erros provenientes não serem significativos como resultado da elevada ductilidade dos aços inoxidáveis (Gardner e Nethercot 2004a). Devido a essa característica, Rasmussen (2003) sugeriu ainda a substituição de ϵ^*_{up} por ϵ_u em (1.7).

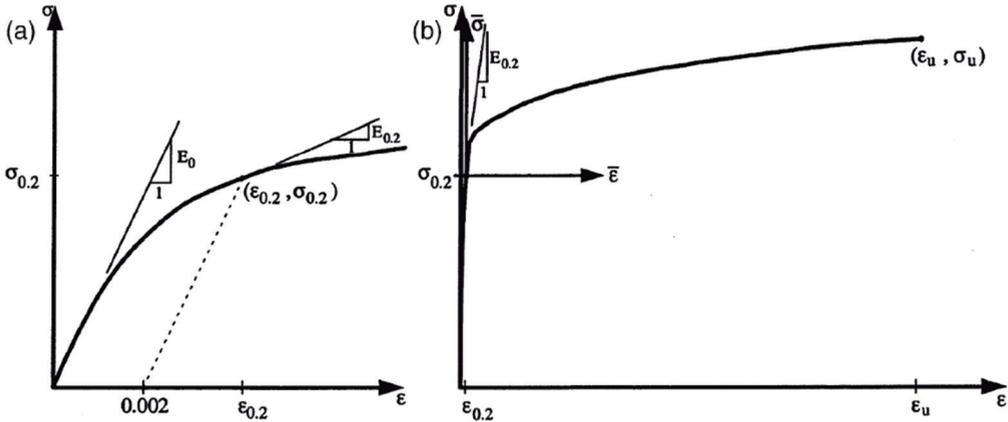


Figura 11. Relação constitutiva típica (à tracção) de um aço inox: domínios (a) inicial e (b) total (Rasmussen 2003).

Visando descrever (1.7) somente em função de E , $\sigma_{0.2}$ e n , designados na literatura como parâmetros básicos *Ramberg-Osgood*, *Rasmussen (2003)* propôs expressões

aproximadas que definem σ_u , ϵ_u e m em função desses parâmetros. Com base nas curvas experimentais em que se baseou e em tentativa/erro, a constante m foi definida por

$$m = 1 + 3.5 \frac{\sigma_{0.2}}{\sigma_u} \quad (1.9)$$

Quanto aos parâmetros (ϵ_u, σ_u) , uma vez que normalmente não é viável a sua obtenção num ensaio à compressão, as expressões

propostas por *Rasmussen (2003)* resultaram de rectas de regressão linear ajustadas a dados experimentais à tracção, tal que

$$\frac{\sigma_{0.2}}{\sigma_u} = 0.2 + 185e \quad (\text{aços austeníticos e duplex}), \quad (1.10)$$

$$\frac{\sigma_{0.2}}{\sigma_u} = \frac{0.2 + 185e}{1 - 0.0375(n - 5)} \quad (\text{todos os aços}), \quad (1.11)$$

onde $e = \sigma_{0.2}/E$. Relativamente à determinação de ε_u , *Rasmussen* apenas relacionou essa

extensão com $\sigma_{0.2}/\sigma_u$, tendo obtido por regressão linear

$$\varepsilon_u = 1 - \frac{\sigma_{0.2}}{\sigma_u}, \quad (1.12)$$

expressão que não se ajustou particularmente bem a nenhuma liga. Embora as relações (1.10)-(1.12) tenham sido baseadas em resultados de ensaios à tracção, e apesar de ter sido mostrado por comparação com resultados experimentais que o modelo de *Rasmussen* subestima consideravelmente o comportamento à compressão para extensões superiores a $\varepsilon_{0.2}$ (*Quach et. al. 2008*), *Lecce e Rasmussen (2006b)* já utilizaram com sucesso esse modelo para estimar o comportamento estrutural de elementos comprimidos.

Importa aqui referir que *Abdella (2006)* propôs uma inversão bastante precisa da relação (1.7) modificada, no sentido de $\varepsilon - \sigma$ passar a incluir

o ponto $(\varepsilon_u, \sigma_u)$, ou seja, $\varepsilon_{up}^* = \varepsilon_u - \varepsilon_{0.2} - (\sigma_u - \sigma_{0.2})/E_{0.2}$.

Gardner e Nethercot (2004a) propuseram uma nova curva para tensões superiores a $\sigma_{0.2}$, a qual se concluiu estar em excelente concordância com curvas experimentais até extensões de tracção e de compressão na ordem de 10% e 2%, respectivamente (os ensaios à compressão só foram realizados até esse nível). Devido à inexistência de um ponto de estacionariedade $(\varepsilon_u, \sigma_u)$ no comportamento à compressão, a proposta de *Gardner e Nethercot* não depende do parâmetro σ_u , mas da tensão limite de proporcionalidade a 1% (σ_1), obtendo-se

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{\sigma}{E} + 0.002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0.2}} \right)^n, & 0 \leq \sigma \leq \sigma_{0.2} \\ \varepsilon_{0.2} + \frac{\sigma - \sigma_{0.2}}{E_{0.2}} + \left(0.008 - \frac{\sigma_1 - \sigma_{0.2}}{E_{0.2}} \right) \left(\frac{\sigma - \sigma_{0.2}}{\sigma_1 - \sigma_{0.2}} \right)^{n_{0.2,1}}, & \sigma \geq \sigma_{0.2} \end{cases}, \quad (1.13)$$

onde n é definido por (1.8) e $n_{0.2,1}$ é um expoente a ser determinado por ajuste da curva analítica à experimental. Refira-se ainda que *Abdella (2007)* propôs uma inversão aproximada da relação (1.13) modificada – no 2º troço tem-se $(\varepsilon_1 - \varepsilon_{0.2})$ no lugar de 0.008, de modo que $\varepsilon - \sigma$ passe em $(\varepsilon_1, \sigma_1)$.

Mais recentemente, *Quach et al. (2008)* propuseram uma nova relação $\varepsilon - \sigma$ para modelar o comportamento à tracção/compressão de qualquer aço inox (austenítico, ferrítico ou duplex) até à extensão última. A relação é definida por 3 troços e apenas pelos 3 parâmetros básicos *Ramberg-Osgood* ($E, \sigma_{0.2}, n$), tendo sido comprovado por

comparação com resultados experimentais (*Quach et al. 2008*) que a curva proposta (i) tem uma elevada precisão até níveis elevados de deformação e (ii) supera a qualidade da função (1.7) proposta por *Rasmussen (2003)* – a única até então

dependente apenas desses 3 parâmetros, mas apenas precisa para o comportamento à tracção. Por estes motivos, a relação $\varepsilon - \sigma$ proposta por *Quach et al.* é a recomendada pelo autor, tendo-se

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{\sigma}{E} + 0.002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0.2}} \right)^n & , \quad 0 \leq \sigma \leq \sigma_{0.2} \\ \varepsilon_{0.2} + \frac{\sigma_*}{E_{0.2}} + \varepsilon_{*2p} \left(\frac{\sigma_*}{\sigma_{*1}} \right)^{n_2} & , \quad \sigma_{0.2} < \sigma \leq \sigma_2 \\ \frac{\sigma - a}{b \mp \sigma} & , \quad \sigma_2 < \sigma \leq \sigma_u \end{cases} \quad (1.14)$$

$$\sigma_* = \sigma - \sigma_{0.2}, \quad \sigma_{*j} = \sigma_j - \sigma_{0.2}, \quad e = \frac{\sigma_{0.2}}{E}, \quad \varepsilon_{0.2} = 0.002 + \frac{\sigma_{0.2}}{E}$$

$$n = \frac{\ln(20)}{\ln(\sigma_{0.2}/\sigma_{0.01})}, \quad E_{0.2} = \frac{E}{1 + 0.002n/e}, \quad \varepsilon_{*2p} = 0.008 + (\sigma_1 - \sigma_2) \left(\frac{1}{E} - \frac{1}{E_{0.2}} \right), \quad (1.15)$$

$$a = \sigma_2 (1 \pm \varepsilon_2) - b\varepsilon_2, \quad b = \frac{\sigma_u (1 \pm \varepsilon_u) - \sigma_2 (1 \pm \varepsilon_2)}{\varepsilon_u - \varepsilon_2}, \quad \varepsilon_2 = \varepsilon(\sigma = \sigma_2)$$

onde (i) a tensão e deformação devem ser consideradas em valor absoluto para o comportamento à tracção ou compressão, (ii) o sinal superior da expressão do 3º troço é relativo ao comportamento à tracção e o sinal inferior à compressão, e (iii) σ_1 e σ_2 são as tensões limite de proporcionalidade a 1% e 2%, respectivamente, ou seja, esses valores são as respectivas extensões plásticas (as extensões totais denominam-se ε_1 e ε_2). Note-se que para garantir a continuidade da função $\varepsilon - \sigma$, a extensão ε_2 considerada nas expressões de a e b (último troço) tem de ser obtida de (1.14) para $\sigma = \sigma_2$ – esse valor não corresponde a $0.02 + \sigma_2/E$, pois o valor

de σ_2 será estimado, como se explicará em breve. A definição do expoente n é a mais utilizada na prática e faz com que a curva passe precisamente no ponto experimental da tensão limite de proporcionalidade a 0.01%.

Recorrendo à regressão linear aplicada a resultados de ensaios uniaxiais a várias ligas de aço inoxidável, no estado virgem ou provenientes de zonas planas de secções enformadas a frio, *Quach et al. (2008)* desenvolveram expressões aproximadas para definir todos os parâmetros de (1.14) em função de n, E e $\sigma_{0.2}$, vindo¹⁸

¹⁸ Segundo *Quach et al. (2008)*, as aproximações propostas não são aplicáveis às zonas dos cantos de secções enformadas a frio – geralmente muito mais endurecidas que o resto da secção, devido ao processo de fabrico.

$$n_2^t = 12.255 \frac{E_{0.2}^t \left(\frac{0.542}{n^t} + 1.072 \right)}{E^t} + 1.037, \quad n_2^c = 6.399 \frac{E_{0.2}^c \left(\frac{0.662}{n^c} + 1.085 \right)}{E^c} + 1.145$$

$$\sigma_1^t = \sigma_{0.2}^t \left(\frac{0.542}{n^t} + 1.072 \right), \quad \sigma_1^c = \sigma_{0.2}^c \left(\frac{0.662}{n^c} + 1.085 \right)$$

, (1.16)

$$\sigma_u^t = \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{0.2}^t \left(\frac{1 - 0.0375(n^t - 5)}{0.2 + 185e^t} \right), \text{ ligas ferríticas} \\ \sigma_{0.2}^t \left(\frac{1}{0.2 + 185e^t} \right), \text{ ligas austeníticas e duplex} \end{array} \right\}$$

$$\varepsilon_u^t = 1 - \frac{\sigma_{0.2}^t}{\sigma_u^t}, \quad \sigma_u^c = \sigma_u^t (1 + \varepsilon_u^t)^2, \quad \varepsilon_u^c = 1 - \frac{1}{1 + \varepsilon_u^t}$$

em que os expoentes “t” e “c” indicam se a variável em causa é relativa ao comportamento à tracção ou compressão, respectivamente. Note-se que as expressões que estimam a extensão e tensão últimas à tracção (ε_u^t , σ_u^t) são as mesmas anteriormente propostas por Rasmussen (2003) (ver (1.10)-(1.12)). Importa ainda referir que a extensão e tensão últimas à compressão (ε_u^c , σ_u^c) dependem das grandezas análogas à tracção, e a relação proposta basea-se na hipótese $(\varepsilon_u^c, \sigma_u^c)_v = (\varepsilon_u^t$

, $\sigma_u^t)_v$, onde o índice v indica que a igualdade é válida para grandezas verdadeiras¹⁹. Tal hipótese foi fundamentada por evidências experimentais que sugerem que as relações verdadeiras $\varepsilon - \sigma$ à compressão e à tracção coincidem para extensões superiores a cerca de 2% (Quach et al. 2008). Por último, resta definir a aproximação para σ_2 . Após substituir $(\varepsilon_2, \sigma_2)$ no 2º troço de (1.14) e resolvendo em ordem a ε_{*2p} , obtém-se

$$\varepsilon_{*2p} = \frac{\varepsilon_{*2} E_{0.2} - \sigma_{*2}}{E_{0.2} \left(\sigma_{*2} / \sigma_{*1} \right)^{n_2}}, \quad \varepsilon_{*2} = \varepsilon_2 - \varepsilon_{0.2} = 0.018 + \sigma_{*2} / E \quad . \quad (1.17)$$

¹⁹ True extension e true stress, em língua inglesa.

A utilização simultânea desta expressão e da definição de ε_{*2p} indicada em (1.15), permite

calcular σ_2 através da resolução numérica (e.g., método de Newon-Raphson) da equação

$$\sigma_2 = \sigma_{0.2} + (\sigma_1 - \sigma_{0.2}) A^{1/n_2} \left[1 - \frac{(1/E_{0.2} - 1/E) \sigma_2}{B} \right]^{1/n_2} \quad . \quad (1.18)$$

$$B = 0.018 + e(E/E_{0.2} - 1), \quad A = \frac{B}{0.008 + e(\sigma_1/\sigma_{0.2} - 1)(1 - E/E_{0.2})}$$

Por forma a não aumentar o custo computacional da análise, Quach et al. (2008)

propuseram a aproximação da solução de (1.18) dada por

$$\sigma_{2a} = \frac{1 + (\sigma_1/\sigma_{0.2} - 1) A^{1/n_2}}{1 + e(E/E_{0.2} - 1)(\sigma_1/\sigma_{0.2} - 1) \frac{A^{1/n_2}}{B n_2}} \sigma_{0.2} \quad . \quad (1.19)$$

Adicionalmente, os mesmos autores propuseram a substituição de σ_2 por σ_{2a} no 2º membro da 1ª equação de (1.18), resultando

numa aproximação mais precisa para σ_2 , definida por

$$\sigma_2 \approx \sigma_{0.2} + (\sigma_1 - \sigma_{0.2}) A^{1/n_2} \left[1 - \frac{(1/E_{0.2} - 1/E) \sigma_{2a}}{B} \right]^{1/n_2} \quad , \quad (1.20)$$

a qual é adoptada pelo autor e onde $E_{0.2}$, σ_1 e n_2 são determinados por (1.15)-(1.16).

determinadas pela relação inversa proposta por Abdella et al. (2011) e posteriormente introduzidas em (1.14) para obter as extensões da base de dados. A relação inversa proposta por Abdella et al. (2011) é definida por (tensões e deformações em valor absoluto)

Como é referido no capítulo 4 – secção 4.3 de Abambres (2014), os valores do módulo de endurecimento (h) e tensão de cedência (σ^y) em função do parâmetro de endurecimento (κ), são conseguidos por interpolação linear de valores de uma base de dados, a qual é criada a partir de uma gama de extensões igualmente espaçadas $\varepsilon^y_0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_u$ – uma vez que (1.14) não permite o cálculo directo das tensões correspondentes, essas são

$$\sigma = \begin{cases} \frac{E\varepsilon(1 + D\varepsilon_r^Q)}{1 + C\varepsilon_r^P + D\varepsilon_r^Q} & , \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{0.2} \\ \sigma_{0.2} + \frac{E_{0.2}\varepsilon_*(1 + d\varepsilon_{*r}^q)}{1 + c\varepsilon_{*r}^p + d\varepsilon_{*r}^q} & , \quad \varepsilon_{0.2} < \varepsilon \leq \varepsilon_2 \\ \frac{a + b\varepsilon}{1 \pm \varepsilon} & , \quad \varepsilon_2 < \varepsilon \leq \varepsilon_u \end{cases} \quad , \quad (1.21)$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon/\varepsilon_{0.2}, \quad \varepsilon_* = \varepsilon - \varepsilon_{0.2}, \quad \varepsilon_{*j} = \varepsilon_j - \varepsilon_{0.2}, \quad \varepsilon_{*r} = \varepsilon_*/\varepsilon_{*1}, \quad \varepsilon_{*2r} = \varepsilon_{*2}/\varepsilon_{*1}$$

$$\varepsilon_{0.2} = 0.002 + \sigma_{0.2}/E, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_{0.2} + \sigma_{*1}/E_{0.2} + \varepsilon_{*2p}, \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_{0.2} + \sigma_{*2}/E_{0.2} + \varepsilon_{*2p} \left(\frac{\sigma_{*2}}{\sigma_{*1}} \right)^{n_2}$$

$$G_0 = \frac{0.002E}{\sigma_{0.2}}, \quad G_1 = \frac{\varepsilon_{0.2}E_{0.2}(n-1)}{\sigma_{0.2}}, \quad B_1 = \frac{G_1E_{0.2}(n+G_0)}{E}, \quad B_2 = \frac{G_1^3n}{(n-1)^2}$$

$$\Delta = \frac{1 + \sqrt{1 + 4B_2}}{2}, \quad Q = 1 + \frac{B_1}{\Delta}, \quad P = \Delta + G_1, \quad D = \frac{\Delta}{Q - \Delta} > 0, \quad C = G_0(1 + D) \quad , \quad (1.22)$$

$$H_0 = \frac{\varepsilon_{*2p}E_{0.2}}{\sigma_{*1}}, \quad H_1 = \frac{(n_2 - 1)(H_0 + 1)}{1 + n_2H_0}, \quad H_2 = \frac{\varepsilon_{*2}E_{0.2}}{\sigma_{*2}} - 1, \quad p = 1 + H_1$$

$$A_2 = \frac{(n_2 - 1)^2(H_2 - H_0)}{(1 + n_2H_0)(1 + n_2H_2)}, \quad q = p + \frac{1}{\ln(\varepsilon_{*2r})} \left[\ln(1 + A_2) + \ln\left(\frac{H_0}{H_2}\right) \right] > 1$$

$$d = \frac{1}{q - 1}, \quad c = H_0(1 + d)$$

onde (i) o sinal superior da expressão do 3º troço de (1.21) é relativo ao comportamento à tracção e o inferior à compressão, (ii) as expressões ε_1 e ε_2 são obtidas de (1.14) para σ_1 e σ_2 , respectivamente, de modo a garantir que (1.21) coincida com essa curva nesses pontos²⁰, e (iii) todas as variáveis não definidas em (1.22) são calculadas através de (1.15)-(1.20). Como forma de validação, Abdella et al. (2011) compararam (1.21) com as inversões numéricas de (1.14) para as curvas experimentais obtidas por Rasmussen (2003) e Gardner e Nethercot (2004a). Os

mesmos autores constataram que as maiores diferenças foram obtidas até extensões de cerca de 2% (onde ocorrem os maiores gradientes), nunca excedendo os 4% em todo o domínio.

Por último, sendo o cálculo do módulo de endurecimento (h) do material dependente do gradiente $d\varepsilon/d\sigma$ (Abambres 2014), julga-se conveniente apresentar esse gradiente relativamente a (1.14), vindo

²⁰ Apesar de (3.14) garantir $\varepsilon = \varepsilon_{0.2}$ quando $\sigma = \sigma_{0.2}$, o mesmo não acontece quando $\sigma = \sigma_1$ e $\sigma = \sigma_2$.

A continuidade entre troços das relações (3.14) e (3.21) foi numericamente assegurada na implementação computacional.

$$\frac{d\varepsilon}{d\sigma} = \begin{cases} \frac{1}{E} + 0.002 n \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0.2}} \right)^{n-1} \frac{1}{\sigma_{0.2}} & , \quad 0 \leq \sigma \leq \sigma_{0.2} \\ \frac{1}{E_{0.2}} + \varepsilon_{*2p} n_2 \left(\frac{\sigma_*}{\sigma_{*1}} \right)^{n_2-1} \frac{1}{\sigma_{*1}} & , \quad \sigma_{0.2} < \sigma \leq \sigma_2 \\ \frac{b \mp \sigma \pm (\sigma - a)}{(b \mp \sigma)^2} & , \quad \sigma_2 < \sigma \leq \sigma_u \end{cases} \quad , \quad (1.23)$$

onde os sinais superiores que figuram no 3º troço dizem respeito ao comportamento à tracção, e os inferiores ao comportamento à compressão.

A tensão de cedência inicial.

Como mencionado anteriormente, os aços inoxidáveis não exibem uma transição bem definida entre os regimes elástico e elasto-plástico, sendo a tensão limite de proporcionalidade a 0.2% ($\sigma_{0.2}$) habitualmente tomada como tensão de cedência em regras de dimensionamento (e.g., *CEN2006a*). No entanto, segundo *Johansson e Olsson (2000)* e *Wu (2005)*²¹ não é viável tomar essa tensão em estudos numéricos para definir a cedência inicial (carregamento inicial), independentemente do modelo constitutivo adoptado. Como alternativa, esses autores propoem a utilização do limite de proporcionalidade, o que significa que o comportamento elástico do material é assumido linear. Na verdade, vários investigadores (e.g., *Ellobody e Young 2005*, *Lecce e Rasmussen 2006a*, *Becque e Rasmussen 2009*, *Hassanein 2010*) têm utilizado com sucesso essa recomendação, sendo por isso também

recomendada pelo autor – a tensão limite de proporcionalidade a 0.01% ($\sigma_{0.01}$) é considerada como tensão de cedência inicial, valor usualmente encontrado na literatura (e.g., *Lecce e Rasmussen 2006a*, *Becque e Rasmussen 2009*, *Hassanein 2010*). De acordo com (1.15), a tensão $\sigma_{0.01}$ pode ser calculada através de (1.24)

$$\sigma_{0.01} = e^{\frac{\ln(\sigma_{0.2}) - \ln(20)}{n}} \quad . \quad (1.24)$$

²¹ Segundo *Wu (2005)*, o limite elástico (ou tensão de cedência) e a tensão limite de proporcionalidade dos metais são experimentalmente indistinguíveis.

CONCLUSÕES

Tendo em vista analisar o comportamento de elementos estruturais de aço, apresentam-se neste trabalho modelos recomendados para simular o comportamento uniaxial do aço carbono e do aço inoxidável. Importa salientar que há diferenças evidentes entre o comportamento mecânico de ambos os materiais, tais como o facto de os aços inoxidáveis (i) não apresentarem um patamar de cedência bem definido e exibirem uma relação σ - ε significativamente não linear, e (ii) serem caracterizados por um maior endurecimento após a cedência, até níveis elevados de ductilidade (tornando-os mais adequados para desempenho anti-sísmico). Recomenda-se a típica lei bi-linear para modelar o aço carbono (com ou sem endurecimento) e a relação não linear (ε - σ) proposta por Quach et al. (2008) para simular o aço inoxidável. Esta última, (i) é válida para o comportamento à tracção/compressão até à extensão última de qualquer tipo de aço inoxidável (austenítico, ferrítico ou duplex), e (ii) depende apenas dos 3 parâmetros básicos de Ramberg-Osgood (E , $\sigma_{0,2}$, n). Esses autores mostraram, por comparação com resultados experimentais, que a relação por eles desenvolvida tem uma elevada precisão até níveis elevados de deformação, tendo superado a qualidade da função proposta por Rasmussen

(2003), a única que até então dependia de apenas 3 parâmetros. Foi também apresentada uma óptima aproximação da função inversa σ – ε , proposta por Abdella et al. (2011), a qual é útil na implementação do modelo de plasticidade da teoria de escoamento J_2 (Abambres 2014). Esta permite, por exemplo, a criação de uma base de dados para determinação dos valores do módulo de endurecimento e tensão de cedência em função do parâmetro de endurecimento. Como mencionado anteriormente, os aços inoxidáveis não exibem uma transição bem definida entre os regimes elástico e elasto-plástico, sendo a tensão limite de proporcionalidade a 0.2% ($\sigma_{0,2}$) habitualmente tomada como tensão de cedência em regras de dimensionamento (e.g., CEN 2006a). No entanto, segundo Johansson e Olsson (2000) não é viável tomar essa tensão em estudos numéricos, e como alternativa propuseram a utilização do limite de proporcionalidade. Como tal, recomenda-se a modelação do aço inoxidável assumindo um comportamento linear em regime elástico, adoptando a tensão limite de proporcionalidade a 0.01% ($\sigma_{0,01}$) como tensão de cedência inicial – trata-se de um valor usualmente encontrado na literatura (e.g., Lecce e Rasmussen 2006a, Becque e Rasmussen 2009, Hassanein 2010).

REFERÊNCIAS

- Abambres (2014). Análises Elasto-plásticas de 1ª e 2ª ordem de perfis metálicos de parede fina utilizando a Teoria Generalizada de Vigas (GBT), Tese de Doutoramento em Engª Civil, Departamento de Engenharia Civil, Arquitectura e Georecursos, Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Portugal.
- Abambres M., Camotim D., Silvestre N. (2011a). Análise elasto-plástica de barras com secção de parede fina no contexto da teoria generalizada de vigas, *Actas (CD-ROM) do Congresso de Métodos Numéricos em Engenharia (CMNE)*, Coimbra (Portugal), 14-17/6, A. Tadeu et al. (eds.).
- Abambres M., Camotim D., Silvestre N. (2011b). Análise fisicamente não linear de vigas metálicas no contexto da GBT, *Actas do VIII Congresso de Construção Metálica e Mista*, Guimarães, Portugal, 24-25/11, L. Silva et al. (eds.), II-295-304.
- Abambres M., Camotim D., Silvestre N. (2012a). GBT-based elastic-plastic analysis of cold-formed steel members. *Proceedings of the 7th International Conference on Advances in Steel Structures (ICASS)*, Nanjing (China), 14-16/4, S.L. Chan, G.P. Shu (eds.), Vol. 1, 219-227.
- Abambres M., Camotim D., Silvestre N. (2012b). Geometrically and physically non-linear GBT-based analysis of thin-walled steel members, *Proc. of the 10th Int. Conf. on Advances in Steel Concrete Composite and Hybrid Structures (ASCCS)*, Singapore, 2-4/7, J.R. Liew, S.C. Lee (eds.), Research Publishing (Singapore), 187-195.
- Abambres M., Camotim D., Silvestre N. (2012c). First order elastoplastic GBT analysis of tubular beams, *Proceedings of the 14th Int. Symposium on Tubular Structures*, London (UK), 12-14/9, L. Gardner (ed.), CRC (Taylor & Francis), 705-712.
- Abambres M., Camotim D., Silvestre N. (2012d). GBT-based elastic-plastic post-buckling analysis of stainless steel thin-walled members, *Online proceedings of the Stainless Steel in Structures: 4th International Experts Seminar*, Ascot (UK), 6-7/12, The Steel Construction Institute (SCI) (www.steel-stainless.org/experts12).
- Abambres M., Camotim D., Silvestre N. (2013a). Modal decomposition of thin-walled member collapse mechanisms, *Thin-Walled Structures*, 74 (January), 269-291.
- Abambres M., Camotim D., Silvestre N. (2013b). GBT-based first-order analysis of elastic-plastic thin-walled steel members exhibiting strain-hardening, *IES Journal A: Civil and Structural Eng. (Singapore)*, 6(2), 119-134.
- Abambres M., Camotim D., Silvestre N. (2013c). Inelastic post-buckling GBT analysis of tubular thin-walled metal members, *Proceedings of the 5th International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation*, Cape Town (South Africa), 2-4/9, Alphose Zingoni (ed.), CRC Press, 417-418. (full paper in CD-ROM, 1157-1164).

- Abambres M., Camotim D., Silvestre N. (2013d). Geometrically and materially non-linear GBT analysis of tubular thin-walled metal members, USB-drive Proc. Congress on Numerical Methods in Engineering, Bilbao (Spain), 25-28/6.
- Abambres M., Camotim D., Silvestre N. (2013e). GBT-based structural analysis of elastic-plastic thin-walled members, USB Drive Proc. of the SSRC Annual Stability Conference, St. Louis (Missouri, USA), 16-20/4.
- Abambres M., Camotim D., Silvestre N. (2013f). Physically non linear GBT analysis of thin-walled members, Computers & Structures, 129 (December), 148-165.
- Abambres M., Camotim D., Silvestre N. (2013g). GBT-based elastic-plastic post-buckling analysis of stainless steel thin-walled members, Thin-Walled Structures, in press.
- Abambres M., Camotim D., Silvestre N. (2013h). Análise inelástica de pós-encurvadura de perfis metálicos de parede fina utilizando a teoria generalizada de vigas, Actas do IX Congresso de Construção Metálica e Mista (CMM), Matosinhos, Portugal, 24-25/10, L. Silva et al. (eds.).
- Abambres M., Camotim D., Silvestre N., Rasmussen, K.J.R. (2013). GBT-based structural analysis of elastic-plastic thin-walled members, Computers & Structures, in press.
- Abdella K. (2006). Inversion of a full-range stress-strain relation for stainless steel alloys, International Journal of Non-Linear Mechanics, 41(3), 456-463.
- Abdella K. (2007). An explicit stress formulation for stainless steel applicable in tension and compression, Journal of Constructional Steel Research, 63(3), 326-331.
- Abdella K., Thannon R.A., Mehri A.I., Alshaikh F.A. (2011). Inversion of three-stage stress-strain relation for stainless steel in tension and compression, Journal of Constructional Steel Research, 67(5), 826-832.
- Ádány S., Joó A.L., Schafer B.W. (2010). Buckling mode identification of thin-walled members by using cFSM base functions, Thin-Walled Structures, 48(10-11), 806-817.
- Ádány S., Schafer B.W. (2006). Buckling mode decomposition of single-branched open cross-section members via finite strip method: Application and examples, Thin-Walled Structures, 44(5), 585-600.
- AISI - American Iron and Steel Institute (1968). Specification for the Design of Light Gauge Cold-Formed Stainless Steel Structural Members, American Iron and Steel Institute.
- AISI - American Iron and Steel Institute (2007). North American Specification for the Design of Cold Formed Steel Structural Members, American Iron and Steel Institute.
- Allen D. (2006). History of cold formed steel, STRUCTURE magazine (November), pp. 28-32.

- AISC - American Institute of Steel Construction (2010). Specification for Structural Steel Buildings, ANSI/AISC 360-10, Chicago.
- American Mathematical Society (1963). Selected papers of Richard von Mises, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, pp. 189-199.
- Anapayan T., Mahendran M., Mahaarachchi D. (2011). Lateral distortional buckling tests of a new hollow flange channel beam, *Thin-Walled Structures*, 49(1), 13-25.
- Anapayan T, Mahendran M. (2012). "Numerical modelling and design of LiteSteel Beams subject to lateral buckling", *Journal of Constructional Steel Research*, 70(March), 51-64.
- Standards Australia (AS) / New Zeland (NZS) (2001). Cold-Formed Stainless Steel Structures (AS/ NZS 4673:2001).
- ASCE - American Society of Civil Engineers (1991). Specification for the Design of Cold-Formed Stainless Steel Structural Members (ANSI/ASCE-8-90), American Society of Civil Engineers.
- ASCE - American Society of Civil Engineers (2002). Specification for the Design of Cold-Formed Stainless Steel Structural Members (SEI/ASCE 8-02), American Society of Civil Engineers.
- Ashraf M., Gardner L., Nethercot D. (2005). Strength enhancement of the corner regions of stainless steel cross-sections, *Journal of Constructional Steel Research*, 61(1), 37-52.
- Ashraf M., Gardner L., Nethercot D. (2006a). Compression strength of stainless steel cross-sections, *Journal of Constructional Steel Research*, 62(1-2), 105-115.
- Ashraf M., Gardner L., Nethercot D. (2006b). Finite element modelling of structural stainless steel cross-sections, *Thin-Walled Structures*, 44(10), 1048-1062.
- Baddoo N.R. (2008). Stainless steel in construction: A review of research, applications, challenges and opportunities, *Journal of Constructional Steel Research*, 64(11), 1199-1206.
- Bakker, M.C.M. (1990). Yield-line analysis of post-collapse behavior of thin-walled steel members, *Heron*, Vol. 35, Nº 3, Vrouwenvelder et al. (eds.), Delft University of Technology.
- Basaglia C. (2010). Análise Não Linear de Barras e Pórticos Metálicos Utilizando a Teoria Generalizada de Vigas, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil, Arquitectura e Georecursos, Instituto Superior Técnico (UTL).
- Batra, R.C. (2006). *Elements of Continuum Mechanics*, AIAA Education Series, Reston.
- Bauschinger J. (1886). On the change of the position of elastic limit of iron and steel under cyclic variation of stress, *Mitt. Mech.-Tech. Lab. Munich*, 13(1).
- Bebiano R., Camotim D., Gonçalves R. (2013). *Desenvolvimentos Recentes no Programa GBTUL:*

Análise de Barras de Parede Fina utilizando a GBT, USB-drive Proc. of the Congress on Numerical Methods in Eng., Bilbao (Spain), 25-28/6.

- Bebiano R., Pina P., Silvestre N., Camotim D. (2008). GBTUL – Buckling and Vibration Analysis of Thin-Walled Members (software), DECivil/IST, University of Lisbon (<http://www.civil.ist.utl.pt/gbt>).
- Bebiano R., Silvestre N., Camotim D. (2007). GBT formulation to analyze the buckling behaviour of thin-walled members subjected to non-uniform bending, *Int. Journal of Structural Stability and Dynamics*, 7(1), 23-54.
- Becque J. (2010). Inelastic plate buckling, *Journal of Engineering Mechanics – ASCE*, 136(9), 1123-30.
- Becque J. (2011). Experimental verification of an inelastic plate theory based on plastic flow theory, *Thin-Walled Structures*, 49(12), 1563-1572.
- Becque J., Rasmussen K.J.R. (2009). Numerical investigation of the interaction of local and overall buckling of stainless steel I-columns, *Journal of Structural Engineering*, 135(11), 1349-1356.
- Becque J., Rasmussen K.J.R. (2009). Experimental investigation of local-overall interaction buckling of stainless steel lipped channel columns, *Journal of Constructional Steel Research*, 65 (8-9), 1677-1684.
- Belytschko T., Liu W.K., Moran B. (2000). *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*, Wiley, Chichester (UK).
- Bjorhovde R. (1972). *Deterministic and probabilistic approaches to the strength of steel columns*, Ph. D. dissertation, Lehigh University, Bethlehem (PA).
- Bonada J., Casafont M., Roure F., Pastor M.M. (2012). Selection of the initial geometrical imperfection in nonlinear FE analysis of cold-formed steel rack columns, *Thin-Walled Structures*, 51(February), 99-111.
- Bridgman P.W. (1952). *Studies in Large Plastic Flow and Fracture With Special Emphasis on the Effects of Hydrostatic Pressure*, McGraw-Hill, NewYork.
- Buildings Department (BD) - The Government of the Hong Kong Special Administrative Region (2011). *Code of Practice for the Structural Use of Steel*, Hong Kong.
- Camotim D., Basaglia C., Bebiano R., Gonçalves R., Silvestre N. (2010a). Latest developments in the GBT analysis of thin-walled steel structures, *Proceedings of International Colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures (SDSS’Rio - Río de Janeiro, 8-10/9)*, E. Batista et al. (eds.), 33-58.

- Camotim D., Basaglia C., Silva N.F., Silvestre N. (2010b). Numerical analysis of thin-walled structures using Generalised Beam Theory (GBT): recent and future developments, *Computational Technology Reviews*, 1, B. Topping et al. (eds.), Saxe-Coburg Publications (Stirlingshire), 315-354.
- Camotim D., Silvestre N., Dinis P.B. (2006a). Análise numérica de elementos estruturais de aço enformados a frio: desenvolvimentos recentes perspectivas futuras, *Revista Sul-Americana Eng. Estrutural*, 3(1), 55-100.
- Camotim D., Silvestre N., Gonçalves R. e Dinis P.B. (2004). GBT analysis of thin-walled members: new formulations and applications, *Thin-Walled Structures: Recent Advances and Future Trends in Thin-Walled Structures Technology (International Workshop - Loughborough, 25/6)*, J. Loughlan (Ed.), Canopus Publishing Ltd., 137-168.
- Camotim D., Silvestre N., Gonçalves R. e Dinis P.B. (2006b). GBT-based structural analysis of thin-walled members: overview, recent progress and future developments, *Advances in Engineering Structures, Mechanics and Construction (SMCD 2006 - Waterloo, 14-17/5)*, M. Pandey, W.-C. Xie, L. Chu (Eds.), Springer, 187-204.
- Casafont M., Marimon F., Pastor M., Ferrer M. (2011). Linear buckling analysis of thin-walled members combining the Generalised Beam Theory and the Finite Element Method, *Computers & Structures*, 89(21-22), 1982-2000.
- CASE - Centre for Advanced Structural Engineering (1996). Computer Program THIN-WALL (v.1.2) - Users Manual, School of Civil and Mining Engineering, University of Sydney.
- CEN - Comité Européen de Normalisation (2005a). Eurocode 3: Design of Steel Structures - Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings (EN 1993-1-1), Bruxelas.
- CEN - Comité Européen de Normalisation (2005b). Stainless Steels - Part 1: List of Stainless Steels (EN 10088-1), Bruxelas.
- CEN - Comité Européen de Normalisation (2006a). Eurocode 3: Design of Steel Structures – Part 1-4: General Rules – Supplementary Rules for Stainless Steels (EN 1993-1-4), Bruxelas.
- CEN - Comité Européen de Normalisation (2006b). Eurocode 3: Design of Steel Structures – Part 1.5: General Rules and Supplementary Rules for Plated Structures (EN 1993-1-5), Bruxelas.
- CEN - Comité Européen de Normalisation (2006c). Eurocode 3: Design of Steel Structures – Part 1-3: General rules - Supplementary Rules for Cold-Formed Members and Sheeting (EN 1993-1-3), Bruxelas.
- CEN - Comité Européen de Normalisation (2009). Stainless Steels – Part 4: Technical Delivery Conditions for Sheet/Plate and Strip of Corrosion Resisting Steels for Construction Purposes (EN 10088-4), Bruxelas.

- Chen W.F., Han D.J. (1988). *Plasticity for Structural Engineers*, Springer-Verlag, New York.
- Cheung Y.K. (1969). *Folded Plate Structures by the Finite Strip Method*, J. Structural Division (ASCE), 95, 2963-2979.
- Cheung Y.K. (1976). *Finite Strip Method in Structural Analysis*, Pergamon Press, Oxford.
- Cheung Y.K., Tham L.G. (1998). *The Finite Strip Method*, CRC Press, Boca Raton.
- Cheung M.S., Li W., Chidiac S.E. (1996). *Finite Strip Analysis of Bridges*, E & FN Spon, London.
- Christensen R.M. (2006). A comprehensive theory of yielding and failure for isotropic materials, *Journal of Engineering Materials and Technology*, 129 (April), 173-181.
- Clarke M. J., Hancock G.J. (1990). A Study of Incremental-Iterative Strategies for Non-Linear-Analysis, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 29(7), 1365-1391.
- Clough R.W. (1960). The finite element method in plane stress analysis, *Proceedings of 2nd conference on electronic computation*, ASCE Structural Division, Pittsburgh, 345.
- Clough R.W., Wilson E.L. (1962). Stress analysis of a gravity dam by the finite element method, *Proceedings of symposium on the use of computers in civil engineering*, LNEC, Lisbon, v. 1, 29.1-29.22.
- Crisfield M.A. (1981). A fast incremental/iterative solution procedure that handles “snap-through”, *Computers and Structures*, 13(1-3), 55-62.
- Crisfield M.A. (1991). *Non-Linear Finite Element Analysis of Solids and Structures (Vol.1: Essentials)*, John Wiley & Sons.
- Crisfield M.A. (1997). *Non-Linear Finite Element Analysis of Solids and Structures (Vol. 2: Adv. Topics)*, John Wiley & Sons.
- Cruise R.B., Gardner L. (2006). Measurement and prediction of geometric imperfections in structural stainless steel members, *Structural Engineering and Mechanics*, 24(1), 63-89.
- Cruise R.B., Gardner L. (2008a). Residual stress analysis of structural stainless steel sections, *Journal of Constructional Steel Research*, 64(3), 352-366.
- Cruise R.B., Gardner L. (2008b). Strength enhancements induced during cold forming of stainless steel sections, *Journal of Constructional Steel Research*, 64(11), 1310-1316.
- CUFSM (2011). *Elastic Buckling Analysis of Thin-Walled Members by the finite strip method and constrained finite strip method for general end boundary conditions (v 4.05)*, Department of Civil Engineering, Johns Hopkins University (<http://www.ce.jhu.edu/bschafer>).

- Cunat P.-J. (2004). Alloying Elements in Stainless Steel and Other Chromium-Containing Alloys, disponível em www.euro-inox.org, Euro Inox, Bruxelas.
- Dawson R.G., Walker A.C. (1972). Post-buckling of geometrically imperfect plates, *Journal of Structural Division (ASCE)*, 98(1), 75-94.
- De Borst R., Crisfield M., Remmers J., Verhoosel C.V. (2012). *Nonlinear Finite Element Analysis of Solids and Structures (Second Edition)*, John Wiley & Sons, Chichester (UK).
- Dinis P.B., Camotim D., Silvestre N. (2006). GBT formulation to analyse the buckling behaviour of thin-walled members with arbitrarily 'branched' open cross-sections, *Thin-Walled Structures*, 44(1), 20-38.
- Dinis P.B., Camotim D., Silvestre N. (2010). On the local and global buckling behaviour of angle, T-section and cruciform thin-walled members, *Thin-Walled Structures*, 48(10-11), 786-797.
- Dinis P.B., Camotim D., Silvestre N. (2012). On the mechanics of thin-walled angle column instability, *Thin-Walled Structures*, 52(March), 80-89.
- DS Simulia Inc. (2004). *ABAQUS Standard (version 6.5)*.
- Dubina D., Ungureanu V. (2002). Effect of imperfections on numerical simulation of instability behaviour of cold-formed steel members, *Thin-Walled Structures*, 40(3), 239-262.
- Dunai L. (2002). *Virtual Experiments of Steel Structures, Stability and Ductility of Steel Structures (SDSS'2002)*, Iványi M. (Ed.), Akadémiai Kiadó, Budapest, 825-832.
- Ellobody E., Young B. (2005). Structural performance of cold-formed high strength stainless steel columns, *Journal of Constructional Steel Research*, 61(12), 1631-1649.
- Euro Inox (2002). 'Villa Inox' in Tuusula, Finland, disponível em www.euro-inox.org, Euro Inox, Bruxelas.
- Euro Inox (2007a). Commentary to the third edition of the design manual for structural stainless steel, disponível em www.steel-stainless.org/designmanual, Building Series, Vol. 11, Euro Inox, Bruxelas.
- Euro Inox (2007b). *Stainless steel: Tables of technical properties (second edition)*, Materials and Applications Series, Vol. 5, Euro Inox, Bruxelas.
- Euro Inox, SCI - The Steel Construction Institute (2007). *Design Manual for Structural Stainless Steel (third edition)*, Building Series, Vol. 11, Euro Inox, Bruxelas.
- Gao T., Moen C. (2010). The Cold Work of Forming Effect in Steel Structural Members, *Proceedings of the International Colloquia on Stability and Ductility of Steel Structures (SDSS)*, Rio de Janeiro, Brazil, 8-10/9.
- Gardner L., Nethercot D. (2004a). Experiments on stainless steel hollow sections – Part 1: Material and

cross-sectional behaviour, *Journal of Constructional Steel Research*, 60(9), 1291-1318.

Gardner L., Nethercot D. (2004b). Numerical modeling of stainless steel structural components – A consistent approach, *Journal of Structural Engineering*, 130(10), 1586-1601.

Gardner L., Cruise R. (2009). Modeling of Residual Stresses in Structural Stainless Steel Sections, *Journal of Structural Engineering*, 135(1), 42-53.

Gau J.T., Kinzel G.L. (2001). An Experimental Investigation of the Influence of the Baushinger Effect on Springback Predictions, *Journal of Materials Processing Technology*, 108(3), 369-375.

Gedge G. (2008). Structural uses of stainless steel – buildings and civil engineering, *Journal of Constructional Steel Research*, 64(11), 1194-1198.

Gonçalves R., Camotim D. (2004). GBT local and global buckling analysis of aluminum and stainless steel columns, *Computers and Structures*, 82(17-19), 1473-1484.

Gonçalves R., Camotim D. (2005). Formulation of a physically non-linear beam finite element using generalised beam theory, *Proceedings of 4th European Conference on Steel and Composite Structures (Eurosteel 2005)*, B. Hoffmeister e O. Hechler (Eds.), Maastricht 1.2-53 - 1.2-60.

Gonçalves R. e Camotim D. (2007). Thin-walled member plastic bifurcation analysis using generalised beam theory, *Advances in Engineering Software*, 38(8-9), 637-646.

Gonçalves R., Camotim D. (2011). Generalised beam theory-based finite elements for elastoplastic thin-walled metal members, *Thin-Walled Structures*, 49(10), 1237-1245.

Gonçalves R., Camotim D. (2012). Geometrically non-linear generalised beam theory for elastoplastic thin-walled metal members, *Thin-Walled Structures*, 51(February), 121-129.

Gonçalves R., Dinis P.B., Camotim D. (2005). GBT formulation to analyze the stability of thin-walled members with fully arbitrary cross-section shapes, *CD-ROM Proceedings of the 2005 Joint ASME/ASCE/SES Conference on Mechanics and Materials (McMat 2005 – Baton Rouge, 1-3/6)*.

Gonçalves R., Dinis P.B., Camotim D. (2009). GBT formulation to analyse the first-order and buckling behaviour of thin-walled members with arbitrary cross-sections, *Thin-Walled Structures*, 47(5), 583-600.

Gonçalves R., Ritto-Corrêa M., Camotim D. (2010). A new approach to the calculation of cross-section deformation modes in the framework of Generalized Beam Theory, *Computational Mechanics*, 46(5), 759-781.

Gozzi, J. (2004). *Plastic Behavior of Steel – Experimental Investigation and modeling* (Licentiate Thesis), Lulea University of Technology, Sweden.

Granlund J. (1997). *Structural Steel Plasticity – Experimental study and theoretical modelling*, Doctoral

Thesis, Lulea University of Technology, Lulea.

Hancock G.J. (1998). Design of Cold-Formed Steel Structures, Australian Institute of Steel Construction.

Hassanein M.F. (2010). Imperfection analysis of austenitic stainless steel plate girders failing by shear, *Engineering Structures*, 32(3), 704-713.

Hellweg H.-B., Crisfield M.A. (1998). A new arc-length method for handling sharp nap-backs, *Computers and Structures*, 66(5), 705-709.

Hencky, H. (1924). Zur theorie plastischer deformationen und der hierdurch im material hervorgerufenen nachspannungen, *Proceedings of the International Congress for Applied Mechanics*, Delft, 22-26/4, Technische Boekhandel en Drukkerij J. Waltman Jr., 1925, pp. 312-317.

Hill H. (1944). Determination of stress-strain relations from the offset yield strength values, Technical report 927, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington.

Hill R. (1950). *The Mathematical Theory of Plasticity*, Clarendon Press, Oxford, UK.

Hiriyur B.K.J., Schafer B.W. (2005). Yield-line Analysis of Cold-formed Steel Members, *International Journal of Steel Structures*, 5(1), 43-54.

Houska C., Wilson K. (2008). Stainless steel inspires design metamorphosis, disponível em www.nickelinstitute.org, The Nickel Institute.

Hsu T.C. (1966). Definition of the yield point in plasticity and its effect on the shape of the yield locus, *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 1(4), 331-338.

Hutchinson J.W. (1974). Plastic Buckling, *Advances in Applied Mechanics*, Yih C-S (editor), New York: Academic, 67-144.

Ilyushin, A.A. (1948). *Plasticity, Part 1 – Elastic-Plastic Deformations*, State Publisher of Technical Theoretical Literature, Moscow and Leningrad, (reprinted by Logos, Moscow, 2004).

Ishikawa H. (1997). Subsequent Yield Surface Probed From Its Current Center, *Int. Journal of Plasticity*, 13(6-7), 533-549.

ISSF - International Stainless Steel Forum (2012). Documentação online disponível em www.worldstainless.org.

Jandera M., Gardner L., Machacek J. (2008). Residual stresses in cold-rolled stainless steel hollow sections, *Journal of Constructional Steel Research*, 64(11), 1255-1263.

Jiang X.-M., Chen H., Richard Liew J.Y. (2002). Spread-of-plasticity analysis of three-dimensional steel frames, *Journal of Constructional Steel Research*, 58(2), 193-212.

- Johansson B., Olsson A. (2000). Current design practice and research on stainless steel structures in Sweden, *Journal of Constructional Steel Research*, 54(1), 3-29.
- Jones, R.M. (2009). *Deformation Theory of Plasticity*, Bull Ridge, Blacksburg (Virginia, USA).
- Key P.W., Hancock G.J. (1993a). A Theoretical Investigation of the Column Behavior of Cold-Formed Square Hollow Sections, *Thin-Walled Structures*, 16(1-4), 31-64.
- Key P.W., Hancock G.J. (1993b). A finite strip method for the elastic-plastic large displacement analysis of thin-walled and cold-formed steel sections, *Thin-Walled Structures*, 16(1-4), 3-29.
- Kfistek V., Bazant Z. (1987). Shear lag effect and uncertainty in concrete box girder creep, *Journal of Structural Engineering*, 113(3), 557-74.
- Koiter W.T., Kuiken G.D. (1971). *The Interaction Between Local Buckling and Overall Buckling on the Behaviour of Built-up Columns*, Report WTHD-23, Delft University of Technology.
- Kotelko M. (2004). Load-capacity estimation and collapse analysis of thin-walled beams and columns-recent advances, *Thin-Walled Structures*, 42(2), 153-175.
- Langdon G.S., Schleyer G. K. (2004). Unusual strain rate sensitive behaviour of AISI 316L austenitic stainless steel, *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 39(1), 71-86.
- Lecce M., Rasmussen K.J.R. (2005). Experimental investigation of the distortional buckling of cold-formed stainless steel sections, *Research Report N° 844 - School of Civil Engineering, University of Sydney, Australia*.
- Lecce M., Rasmussen K.J.R. (2006a). Distortional buckling of cold-formed stainless steel sections: Experimental investigation, *Journal of Structural Engineering*, 132(4), 497-504.
- Lecce M., Rasmussen K.J.R. (2006b). Distortional buckling of cold-formed stainless steel sections: Finite-element modeling and design, *Journal of Structural Engineering*, 132(4), 505-514.
- Lee S.C., Yoo C.H., Yoon D.Y. (2002). Analysis of Shear Lag Anomaly in Box Girders, *Journal of Structural Engineering*, 128(11), 1379-86.
- Leonard, J. (2007). *Investigation of Shear Lag Effect in High-rise Buildings with Diagrid System*, Master Thesis in Civil and Environmental Engineering, M.I.T., U.S.A.
- Li Z., Abreu J.B., Ádány S., Schafer B.W. (2012). Cold-formed steel member stability and the constrained Finite Strip Method, *Proceedings of Sixth International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures (CIMS 2012 - Glasgow, 3-5/12)*, J. Loughlan, D. Nash, J. Rhodes (eds.), 1-16.
- Li Z., Hanna M.T., Ádány S., Schafer B.W. (2011). Impact of basis, orthogonalization, and normalization on the constrained Finite Strip Method for stability solutions of open thin-walled members, *Thin-Walled Structures*, 49(9), 1108-1122.

- Li Z., Schafer B.W. (2010). Buckling analysis of cold-formed steel members with general boundary conditions using CUFSM: conventional and constrained finite strip methods, Proceedings of the 20th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures (Saint Louis, MO, 3-4/11).
- Liu Y., Hui L. (2010). Finite element study of steel single angle beam-columns, *Engineering Structures*, 32(8), 2087-2095.
- Loughlan J. (ed.) (2004). *Thin-Walled Structures - Advances in Research, Design and Manufacturing Technology*, Institute of Physics Publishing (Bristol).
- Lubliner, J. (1990). *Plasticity Theory*, Macmillan, New York.
- Ludwik P. (1909). *Elemente der Technologischen Mechanik*, Springer-Verlag, Berlin.
- MacDonald M., Rhodes J., Taylor G.T. (2000). Mechanical properties of stainless steel lipped channels, Proceedings of the 15th International Specialty Conference on Cold Formed Steel Structures, 673-686, LaBoube R.A. e Yu W.-W. (eds.), University of Missouri-Rolla.
- Mathworks (2012). *Matlab R2010a, Product Documentation*, Mathworks (www.mathworks.com/help/techdoc).
- Mendelson A. (1968). *Plasticity: Theory and Application*, Macmillan, New York.
- Miettinen E. (2002). Sustainable architecture with stainless steel, *Euro Inox*, Bruxelles (www.euro-inox.org).
- Mirambell E., Real E. (2000). On the calculation of deflections in structural stainless steel beams: An experimental and numerical investigation, *Journal of Constructional Steel Research*, 54(1), 109-133.
- Moën C.D., Igusa T., Schafer B.W. (2008). Prediction of residual stresses and strains in cold-formed steel members, *Thin-Walled Structures*, 46(11), 1274-89.
- Murray N.W. (1984). *Introduction to the theory of thin-walled structures*, Clarendon Press, Oxford.
- Murray N.W., Khoo P.S. (1981). Some basic plastic mechanisms in the local buckling of thin-walled steel structures, *International Journal of Mechanical Sciences*, 23(12), 703-713.
- Nadai, A. (1931). *Plasticity*, McGraw-Hill, New York and London.
- Narayanan S., Mahendran M. (2002). Distortional Buckling Behaviour of Innovative Cold-formed Steel Columns, Proc. 3rd European Conference on Steel Structures (Eurosteel), A. Lamas, L. Simões da Silva (Eds.), Coimbra, Vol. 1, 723-732.
- Narayanan S., Mahendran M. (2003). Ultimate Capacity of Innovative Cold-Formed Steel Columns, *Journal of Constructional Steel Research*, 59(4), 489-508.

- Nedelcu M. (2010). GBT formulation to analyse the behaviour of thin-walled members with variable cross-section, *Thin-Walled Structures*, 48(8), 629-638.
- Nedelcu M. (2011). GBT formulation to analyse the buckling behaviour of isotropic conical shells, *Thin-Walled Structures*, 49(7), 812-818.
- Neto E.A. de S., Peric D., Owen D.R.J. (2008). *Computational Methods for Plasticity – Theory and Applications*, John Wiley & Sons Ltd. (Chichester).
- Ohashi Y., Kawashima K., Yokoshi T. (1975). Anisotropy due to plastic deformation of initially isotropic mild steel and its analytical formulation, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 23(4-5), 277-294.
- Olsson A. (2001). *Stainless Steel Plasticity – Material modelling and structural applications*, Doctoral Thesis, Department of Civil and Mining Engineering, Lulea University of Technology, Lulea.
- Outokumpu (2013). Documentação online disponível em www.outokumpu.com.
- Papangelis J.P., Hancock G.J. (1995). Computer Analysis of Thin-Walled Structural Members, *Computers & Structures*, 56, 157-176.
- Pauly T., Helzel M. (2011). *Stainless steel flat products for building – the grades in EN 10088-4 explained*, Building Series, Vol. 18 (1st ed.), Euro Inox, Bruxelas.
- Pham C., Hancock G. (2010). Numerical simulation of high strength cold-formed purlins in combined bending and shear, *Journal of Constructional Steel Research*, 66(10), 1205-1217.
- Philips A., Moon H. (1977). An experimental investigation concerning yield surfaces and loading surfaces, *Acta Mechanica*, 27(1-4), 91-102.
- Philips A., Lee C.-W. (1979). Yield Surfaces and loading surfaces. Experiments and recommendations, *International Journal of Solids & Structures*, 15(9), 715-729.
- Philips A., Lu W.-Y. (1984). An experimental investigation of yield surfaces and loading surfaces of pure aluminium with stress controlled and strain controlled paths of loading, *J. Eng. Mater. Tech.*, 106(4), 349-354.
- Philips A. (1986). A review of quasistatic experimental plasticity and viscoplasticity, *Int. Journal of Plasticity*, 2(4), 315-328.
- Powell G., Simons J. (1981). Improved iteration strategy for nonlinear structures, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 17(10), 1455-1467, John Wiley & Sons Ltd.
- Quach W.M., Teng J.G., Chung K.F. (2004). Residual stresses in steel sheets due to coiling and uncoiling: a closed-form analytical solution, *Engineering Structures*, 26(9), 1249-59.

- Quach W.M., Teng J.G., Chung K.F. (2006). Finite element predictions of residual stresses in press-braked thin-walled steel sections, *Engineering Structures*, 28(11), 1609-1619.
- Quach W.M., Teng J.G., Chung K.F. (2008). Three-stage full-range stress-strain model for stainless steels, *Journal of Structural Engineering*, 134(9), 1518-1527.
- Ramberg W., Osgood W. (1943). Description of stress-strain curves by three parameters, Technical Note 902, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington.
- Rasmussen K.J.R. (2003). Full-range stress-strain curves for stainless steel alloys, *J. Const. Steel Research*, 59(1), 47-61.
- Rasmussen K.J.R., Burns T., Bezkorovainy P., Bambach M. (2003). Numerical modelling of stainless steel plates in compression, *Journal of Constructional Steel Research*, 59(11), 1345-1362.
- Reddy J.N. (2004). *An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis*, Oxford University Press, New York.
- Reddy J.N. (2005). *An Introduction to the Finite Element Method*, McGraw-Hill Education-Europe.
- Reis A., Camotim D. (2012). *Estabilidade e Dimensionamento de Estruturas*, edições Orion (Amadora).
- Riks E. (1972). The application of Newton's method to the problem of elastic stability, *J. Applied Mechanics*, 39(4), 1060-1066.
- Riks E. (1979). An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems, *International Journal of Solids and Structures*, 15(7), 529-551.
- Ritto-Corrêa M., Camotim D. (2008). On the arc-length and other quadratic control methods: Established, less known and new implementation procedures, *Computers and Structures*, 86(11-12), 1353-1368.
- Rondal J. (1987). Residual stresses in cold-rolled profiles, *Construction & Building Material*, 1(3), 150-64.
- Rhodes J. (2002). Buckling of thin-plates and members and early work on rectangular tubes, *Thin-Walled Structures*, 40(2), 87-108.
- Rossi B., Degée H., Pascon F. (2009). Enhanced mechanical properties after cold process of fabrication of non-linear metallic profiles, *Thin-Walled Structures*, 47(12), 1575-1589.
- SANS - South African National Standards, SABS - South African Bureau of Standards (1997). *Structural Use of Steel, Part 4: The Design of Cold-Formed Stainless Steel Structural Members (SANS 10162-4/SABS 0162-4:1997)*.
- Sarawit A.T., Kim Y., Bakker M.C.M., Pekoz T. (2003). *The Finite Element Method for Thin-Walled*

Members – Applications, Thin-Walled Structures, 41(2-3), 191-206.

- Schafer B.W., Li Z., Moen C.D. (2010). Computational modeling of cold-formed steel, Thin-Walled Struct., 48(10-11), 752-62.
- Schafer B.W., Pekoz T. (1998). Computational modeling of cold-formed steel: characterizing geometric imperfections and residual stresses, Journal of Constructional Steel Research, 47(3), 193-210.
- Schafer B.W. (2008). Review: The Direct Strength Method of cold-formed steel member design, Journal of Constructional Steel Research, 64(7-8), 766-778.
- Schardt R. (1966). Extension of the Engineer's Theory of Bending to the Analysis of Folded Plate Structures, Der Stahlbau, 35, 161–171. (em língua alemã).
- Seo J., Anapayan T., Mahendran M. (2008). Initial imperfections characteristics of mono-symmetric Lite Steel Beams for Numerical Studies, Proceedings of Fifth International Conference on Thin-Walled Structures – Recent Innovations and Developments (ICTWS, Brisbane, 18-20/6), M. Mahendran (ed.).
- Silva N.M.F. (2013). Behaviour and Strength of Laminated FRP Composite Structural Elements, Ph.D Thesis in Civil Engineering, Instituto Superior Técnico, Technical University of Lisbon, Portugal.
- Silva N.M.F., Silvestre N., Camotim D. (2006). GBT formulation to analyse the post-buckling behaviour of FRP composite thin-walled members, CD-ROM Proc. of 8th Int. Conf. on Computational Structures Technology (Las Palmas, 12-15/9), B Topping, G Montero, R Montenegro (eds.), Civil-Comp Press, 441-442.
- Silva N.M.F., Camotim D., Silvestre N. (2008). GBT cross-section analysis of thin-walled members with arbitrary cross-sections: a novel approach, Proc. of Fifth International Conference on Thin-Walled Structures – Recent Innovations and Developments (Brisbane, 18-20/6), M. Mahendran (ed.), 1189-1196 (Vol. 2).
- Silvestre N. (2005). Teoria Generalizada de Vigas: Formulações, Implementação Numérica e Aplicações, Tese de Doutoramento, Departamento de Engenharia Civil, Arquitectura e Georecursos, Instituto Superior Técnico (UTL).
- Silvestre N., Camotim D. (2003). Non-linear generalised beam theory for cold-formed steel members, International Journal of Structural Stability and Dynamics, 3(4), 461-490.
- Silvestre N., Camotim D. (2006). Local-plate and distortional post-buckling behavior of cold-formed steel lipped channel columns with intermediate stiffeners, Journal of Structural Engineering, 132(4), 529-540.
- Silvestre N., Camotim D., Silva N.M.F. (2011). Generalised Beam Theory revisited: from the kinematical assumptions to the deformation mode determination, International Journal of

Structural Stability and Dynamics, 11(5), 969-997.

Sloan S.W., Abbo A.J., Sheng D. (2001). Refined explicit integration of elastoplastic models with automatic error control, *Engineering Computations*, 18(1/2), 121-154.

Sommerstein M. (1999). The national archives building roof in Gatineau, Quebec, Canada, *Proceedings of the Fourth International Symposium on Roofing Technology*, Gaithersburg, Maryland, E.U.A.

Spitzig W.A., Sober R.J., Richmond O. (1976). The Effect of Hydrostatic Pressure on the Deformation Behavior of Maraging and HY-80 Steels and Its Implications for Plasticity Theory, *Metallurgical Transactions A*, 7(11), 1703-1710.

Standards Australia (1998). AS 4100: Steel Structures, Sydney, Australia.

Stouffer D.C., Dame L.T. (1996). *Inelastic Deformation of Metals*, John Wiley and Sons, New York.

Sully R.M., Hancock G.J. (1996). Behavior of Cold-Formed SHS Beam-Columns, *J. Structural Eng.*, 122(3), 326-336.

Sung S.-J., Liu L.-W., Hong H.-K., Wu H.-C. (2011). Evolution of yield surface in the 2D and 3D stress spaces, *International Journal of Solids and Structures*, 48(6), 1054-1069.

Surovek A.E. (ed.) (2012). *Advanced Analysis in Steel Frame Design: Guidelines for the use of Direct Second-Order Inelastic Analysis*, Report of the Special Project Committee on Advanced Analysis, Technical Committee on Structural Members of the Structural Engineering Institute of American Society of Civil Engineers (ASCE).

Surovek A.E. (ed.), White D.W., Ziemian R.D., Camotim, D., Hajjar J., Teh L. (2011). *Guidelines for the Use of Direct Second-Order Inelastic Analysis in Structural Design Assessment of Planar Steel Frames*, ASCE Press, Reston, VA.

The Nickel Institute (2012). Celebrating the 100th anniversary of stainless steel, *Nickel Magazine* (special issue), The Nickel Institute, Bruxelles.

Theofanous M., Gardner L. (2009). Testing and numerical modelling of lean duplex stainless steel hollow section columns, *Engineering Structures*, 31(12), 3047-3058.

Theofanous M., Gardner L. (2010). Experimental and numerical studies of lean duplex stainless steel beams, *Journal of Constructional Steel Research*, 66(6), 816-825.

Theofanous M., Gardner L. (2011). Effect of element interaction and material nonlinearity on the ultimate capacity of stainless steel cross-sections, *Steel and Composite Structures*, 12(1), 73-92.

Ungureanu V., Kotelko M., Mania R.J., Dubina D. (2010). Plastic mechanisms database for thin-walled cold-formed steel members in compression and bending, *Thin-Walled Structures*, 48(10-11), 818-26.

- van den Berg G.J. (2000). The effect of the non-linear stress-strain behavior of stainless steels on member capacity, *Journal of Constructional Steel Research*, 54(1), 135-160.
- van der Neut A. (1969). The interaction of local buckling and column failure of thin-walled compression members, *Proc. 12th Int. Cong. on Applied Mechanics*, Stanford Univ., Springer-Verlag, Berlin, 389-399.
- Vieira R.F. (2010). A Higher Order Thin-Walled Beam Model, PhD Thesis in Civil Engineering, Instituto Superior Técnico, University of Lisbon, Portugal.
- Vieira R.F., Virtuoso F.B., Pereira E.B.R. (2014). A higher order model for thin-walled structures with deformable cross-sections, *International Journal of Solids and Structures*, 51(3-4), 575-598.
- Vlasov V.Z. (1940). *Pièces Longues en Voiles Minces*, Editions Nationales Physico-Mathématiques, Moscow. (em língua russa – tradução em língua francesa: Éditions Eyrolles, Paris, 1962).
- Vlasov V.Z. (1959). *Thin-Walled Elastic Bars*, Fizmatgiz, Moscow (em língua russa – tradução em língua inglesa: Israel Program for Scientific Translation, Jerusalém, 1961).
- Walker A.C. (Ed.) (1975). *Design and Analysis of Cold-Formed Sections*, John Wiley & Sons, New York.
- Wang Y.-B., Li G.-Q., Chen S.-W. (2012a). The assessment of residual stresses in welded high strength steel box sections, *Journal of Constructional Steel Research*, 76(September), 93-99.
- Wang Y.-B., Li G.-Q., Chen S.-W. (2012b). Residual stresses in welded flame-cut high strength steel H-sections, *Journal of Constructional Steel Research*, 79(December), 159-165.
- Watanabe S. (1996). Technological progress and future outlook for stainless steel, *Nippon Steel Technical Report*, Nº 71, disponível em www.nssmc.com, Nippon Steel.
- Wempner G.A. (1971). Discrete approximation related to nonlinear theories of solids, *International Journal of Solids and Structures*, 17(11), 1581-1599.
- Wilson C.D. (2002). A critical reexamination of classical metal plasticity, *Journal of Applied Mechanics*, 69(Jan.), 63-68.
- Winter G. (1959). Cold-formed light-gauge steel construction, *J. Structural Division (ASCE)*, 85(9), 151-171.
- Wittrick W.H. (1968). A Unified Approach to Initial Buckling of Stiffened Panels in Compression, *Aeronautical Quarterly*, 19, Part 3, 265-283.
- World Steel Association (2013). Documentação online disponível em www.worldsteel.org.
- Wriggers P., Chavan K. (2006). *Beam and Shell Elements for Thin-Walled Aluminium Structures*, Foundations of Civil and Environmental Engineering, 7, Publishing House of Poznan University of Technology.

- Wu H.-C. (2003). Effect of loading-path on the evolution of yield surface for anisotropic metals subjected to large pre-strain, *Int. Journal of Plasticity*, 19(10), 1773-1800.
- Wu H.-C. (2005). *Continuum Mechanics and Plasticity*, Chapman & Hall/CRC, Boca Raton.
- Wu H.-C., Lu J.K., Pan W.F. (1995). Some observations on yield surfaces for 304 stainless steel at large strain, *Journal Appl. Mech.*, 62(3), 626-632.
- Yan J., Young B. (2004). Numerical investigation of channel columns with complex stiffeners – Part I: test verification, *Thin-Walled Structures*, 42(6), 883-893.
- Yang D., Hancock G., Rasmussen K.J.R. (2004). Compression Tests of Cold-Reduced High Strength Steel Sections. II: Long Columns, *Journal of Structural Engineering*, 130(11), 1782-1789.
- Young B., Ellobody E. (2005). Buckling Analysis of Cold-Formed Steel Lipped Angle Columns, *Journal of Structural Engineering*, 131(10), 1570-1579.
- Young B., Lui W. (2005). Behavior of cold-formed high strength stainless steel sections, *Journal of Structural Engineering*, 131(11), 1738-1745.
- Young B., Rasmussen K.J.R. (1999). Shift of effective centroid in channel columns, *J. Struct. Engineering*, 125(5), 524-531.
- Young B., Yan J. (2002a). Finite element analysis and design of fixed-ended plain channel columns, *Finite Elements in Analysis and Design*, 38(6), 549-566.
- Young B., Yan J. (2002b). Channel columns undergoing local, distortional, and overall buckling, *Journal of Structural Engineering*, 128(6), 728-736.
- Zeinoddini V., Schafer B. (2011). Global imperfections and dimensional variations in cold-formed steel. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 11(5), 829-854.
- Zhang Y., Lin L. (2013). Shear Lag Analysis of Thin-Walled Box Girders Adopting Additional Deflection as Generalized Displacement, *Journal of Engineering Mechanics*, in press (September).
- Zhao X.L., Hancock G.J. (1993a). A theoretical analysis of plastic moment capacity of an inclined yield-line under axial force, *Thin-Walled Structures*, 15(3), 185-207.
- Zhao X.L., Hancock G.J. (1993b). Experimental verification of the theory of plastic moment capacity of an inclined yield line under axial load, *Thin-Walled Structures*, 15(3), 209-233.
- Zhao X.L. (2003). Yield line mechanism analysis of steel members and connections, *Progress in Structural Engineering Materials*, 5(4), 252-262.

Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. (2013). The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals (Seventh Edition), Butterworth-Heinemann, Oxford.

(Footnotes)

- 1 Num contexto Europeu, é fortemente recomendado que sejam utilizadas as designações EN, pois para alguns aços, um única designação ASTM (Americana) equivale a várias ligas EN.
- 2 ASTM significa American Society for Testing and Materials – as designações apresentadas nas Tabs. 3.1-3.3 foram retiradas de Euro Inox (2007b).
- 3 UNS significa Unified Numbering System (E.U.A.) e as designações apresentadas nas Tabs. 3.2 e 3.3 foram obtidas em Outokumpu (2013).